Material N° 37

GUÍA TEÓRICO PRÁCTICA Nº 27

UNIDAD: NÚMEROS Y PROPORCIONALIDAD

ISOMETRÍAS Y TESELACIONES

TRASLACIONES

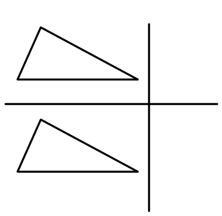
Las **traslaciones**, son aquellas isometrías que permiten desplazar en línea recta todos los puntos del plano. Este desplazamiento se realiza siguiendo una determinada **dirección, sentido y distancia**, por lo que toda traslación queda definida por lo que se llama su **"vector de traslación"** .

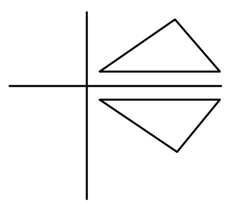
OBSERVACIONES

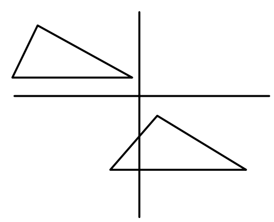
- ❋ Una figura conserva todas sus dimensiones, tanto lineales como angulares.
- ❋ Una figura jamás rota; es decir, el ángulo que forma con la horizontal no varía.
- ❋ No importa el número de traslaciones que se realicen, siempre es posible resumirlas en una única.

EJEMPLOS

1. ¿Cuál(es) de los siguientes casos representa(n) una Traslación?

I) 

II) 

III) 

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo I y II
E) Sólo I y III

2. En la figura 1, ¿cuál es el vector de traslación que se aplicó al triángulo A para obtener el triángulo B?

A) (8, - 4)
B) (8, 4)
C) (4, -10)
D) (10, 4)
E) (10, - 4)

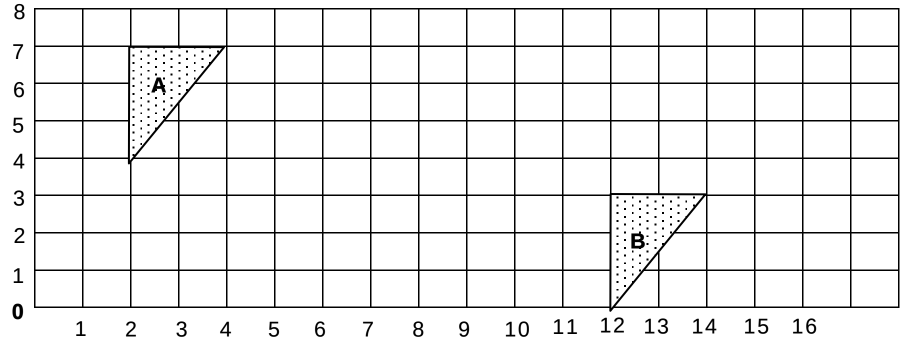


Fig. 1

ROTACIONES

Las **rotaciones** , son aquellas isometrías que permiten girar todos los puntos del plano. Cada punto gira siguiendo un arco que tiene un centro y un ángulo bien determinados, por lo que toda rotación queda definida por su **centro de rotación** y por su **ángulo de giro.** Si la rotación se efectúa en sentido contrario a como giran las manecillas del reloj, se dice que la rotación es **positiva o antihoraria** ; en caso contrario, se dice que la rotación es **negativa** u **horaria.**

OBSERVACIONES

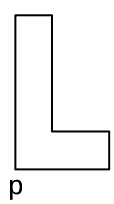
- ❋ Una rotación con centro P y ángulo de giro α , se representa por R (P, α). Si la rotación es negativa, se representa por R (P, -α).

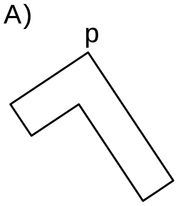
- ❋ Si rotamos el punto (x, y) con respecto al origen 0 (0, 0) en un ángulo de giro de 90º, 180º , 270º o 360º , las coordenadas de los puntos obtenidos están dados en la siguiente tabla.

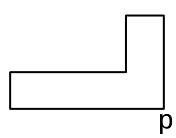
Punto Inicial	R (0, 90º)	R (0, 180º)	R (0, 270º)	R (0, 360º)
(x, y)	(-y, x)	(-x, -y)	(y , -x)	(x , y)

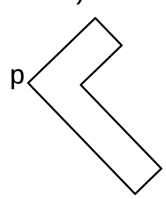
EJEMPLOS

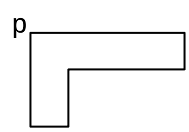
1. ¿Cuál de las siguientes alternativas representa una rotación de la figura en 45º con centro p?

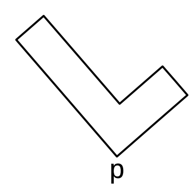


A)


B)


C)


D)


E)


2. Al aplicar una rotación de centro en el origen y ángulo de giro de 270º, en sentido antihorario, al punto A de la figura 1, se obtiene el punto A’ cuyas coordenadas son

A) (2, 7)
B) (-2, -7)
C) (7, -2)
D) (7, 2)
E) (-7, -2)

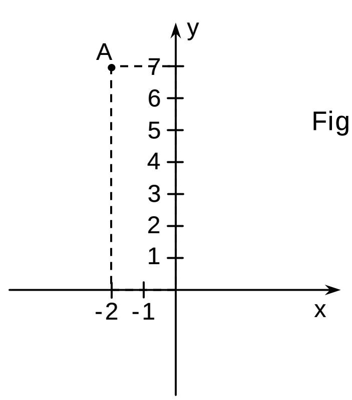


Fig. 1

TRANSFORMACIONES ISOMÉTRICAS EN EL PLANO

SIMETRÍAS

Las **simetrías** o **reflexiones**, son aquellas transformaciones isométricas que invierten los puntos y figuras del plano. Esta reflexión puede ser respecto de un punto (**simetría central**) o respecto de una recta (**simetría axial**).

SIMETRÍA CENTRAL

Dado un punto fijo O del plano, se llama **simetría (reflexión) con respecto a O** a aquella isometría que lleva cada punto P del plano a una posición P' de modo que P' está en la recta OP, a distinto lado con respecto a O, y $\overline{OP} = \overline{OP'}$. El punto O se llama **centro de la simetría** y P, P' puntos **correspondientes u homólogos** de la simetría.

OBSERVACIONES

- Una simetría (reflexión) respecto de un punto O equivale a una **rotación** en 180º de centro O.
- Los trazos de la figura original son paralelos con los trazos homólogos de la figura transformada.
- El sentido de la figura no cambia respecto al giro de las manecillas del reloj.
- Todo punto del plano cartesiano A(x, y) tiene su simétrico A'(-x, -y) con respecto al origen O(0, 0).

EJEMPLOS

1. Al segmento AB de la figura 1, se le aplica una simetría (reflexión) con respecto al punto P, resultando un segmento A'B', entonces las coordenadas de B' son

   A) (2, 2)
   B) (2, 5)
   C) (5, 2)
   D) (2, 3)
   E) (2, -1)

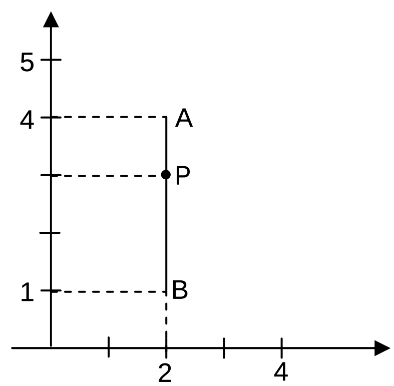
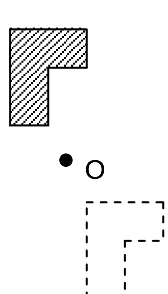


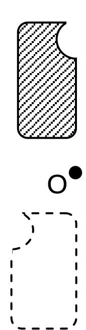
Fig. 1

2. Mediante una **reflexión con respeto a O,** la figura sombreada se **reflejó** en la figura punteada. Esto se verifica mejor en

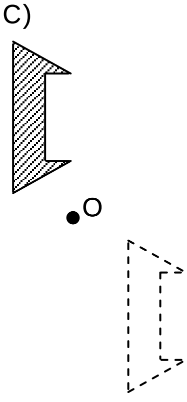
A)



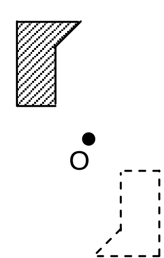
B)



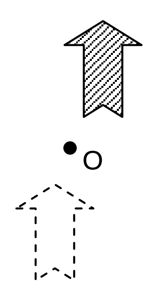
C)



D)



E)



SIMETRÍA AXIAL

Dada una recta fija L del plano , se llama **simetría axial con respecto a L** o **reflexión con respecto a L,** a aquella isometría tal que, si P y P´ son puntos homólogos con respecto a ella, $\overline{PP'} \perp L$ y, además, el punto medio de $\overline{PP'}$ está en **L.** La figura 1, muestra dos triángulos simétricos respecto de L.

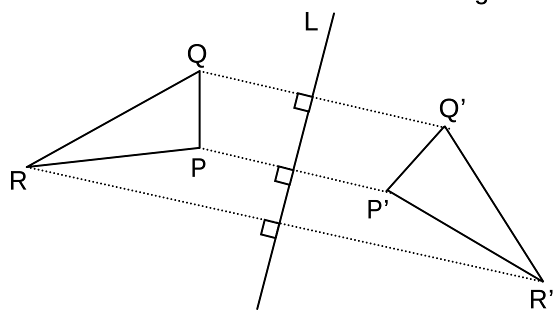


Fig. 1

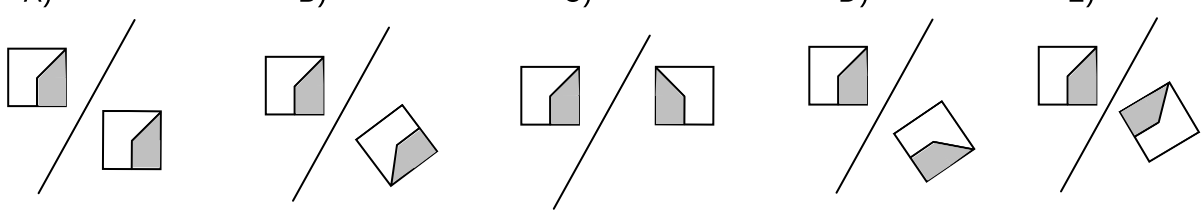
OBSERVACIONES

- ❋ En una simetría axial, las figuras cambian de sentido respecto del giro de las manecillas del reloj.
- ❋ No es posible superponer, mediante traslaciones y/o rotaciones, los triángulos congruentes PQR y P´Q´R´.
- ❋ Los puntos de la recta L permanecen invariantes ante esta reflexión.
- ❋ Todo punto del plano cartesiano A (x, y) tiene un simétrico A' (x, -y) con respecto al eje de las abscisas y un simétrico A" (-x , y) con respecto al eje de las ordenadas.

EJEMPLOS

1. ¿En cuál de los siguientes casos se verifica mejor una **simetría axial** con respecto a L?

A) B) C) D) E)



2. Al triángulo ABC de la figura 2, se le aplica una simetría (reflexión) respecto a la recta L (L // Eje y). Entonces, las coordenadas del vértice C se transforman en

A) (-7, -2)
B) (-7, 2)
C) (-3, -2)
D) (-3, 2)
E) (3, 2)

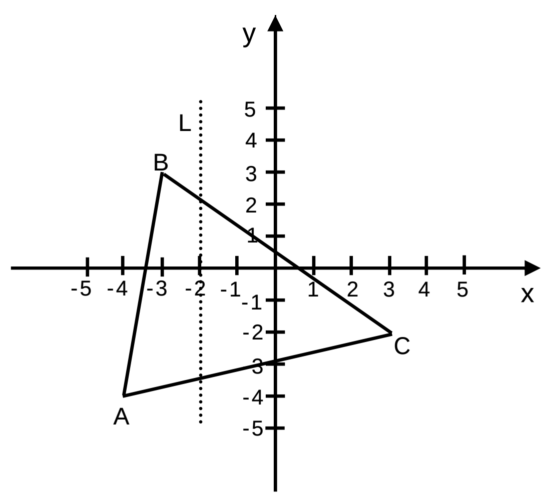
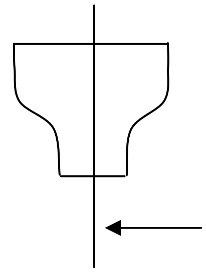


Fig. 2

EJE DE SIMETRÍA

Es aquella recta que atraviesa una figura dividiéndola en dos partes simétricas con respecto a la recta.

OBSERVACIONES

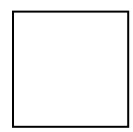


Eje de Simetría

- Existen figuras que no tienen eje de simetría.
- Existen figuras que tienen sólo un eje de simetría.
- Existen figuras que tienen más de un eje de simetría.
- La circunferencia tiene infinitos ejes de simetría.

EJEMPLOS

1. ¿Cuántos ejes de simetría tiene un cuadrado?



A) Uno
B) Dos
C) Cuatro
D) Ocho
E) Infinitos

2. ¿Cuántos ejes de simetría tiene la letra Z?

A) Ninguno
B) Uno
C) Dos
D) Tres
E) Cuatro

TESELACIÓN DEL PLANO

Es la entera división del plano mediante la repetición de una o más figuras que encajan perfectamente unas con otras, sin superponerse ni dejando espacios vacíos entre ellas. Esta partición del plano suele llamarse también **mosaico** o **embaldosado**. Las figuras siguientes muestran teselaciones del plano.

Fig. 1

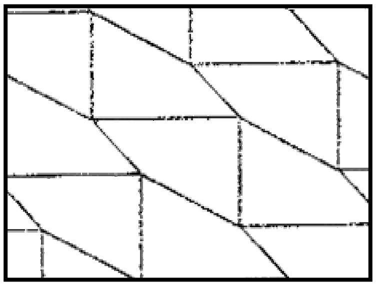


Fig. 2

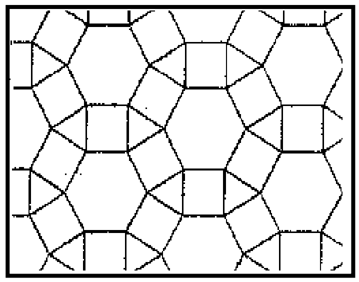
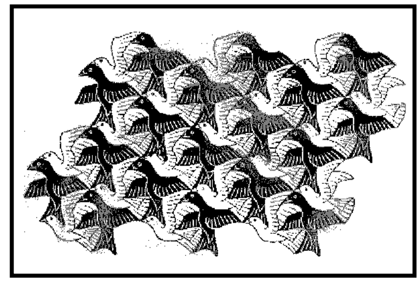


Fig. 3



OBSERVACIONES

- Todos los triángulos y todos los cuadriláteros teselan por si mismo el plano. (fig. 1)
- Los únicos polígonos regulares que teselan por si mismo el plano son: el triángulo equilátero, el cuadrado y el hexágono regular, ya que en estos polígonos sus ángulos interiores son divisores de 360.
- Si queremos teselar el plano utilizando dos o más polígonos, es necesario que en cada vértice la suma de todos los ángulos sea 360º (fig. 2).
- El artista holandés Maurits Escher realizó notables teselaciones (fig. 3).

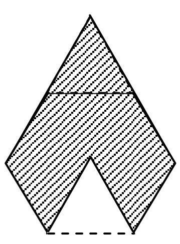
EJEMPLOS

1. Es imposible teselar el plano utilizando solamente un

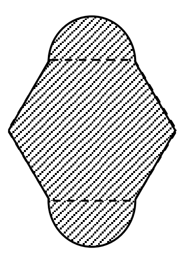
   A) Deltoide
   B) Romboide
   C) Trapezoide
   D) Pentágono regular
   E) Hexágono regular

2. Las siguientes figuras (baldosas) están construidas a partir de un hexágono regular. Si los sacados y/o agregados son congruentes en cada figura, ¿con la repetición de cuál(es) de ellas es posible embaldosar un patio?

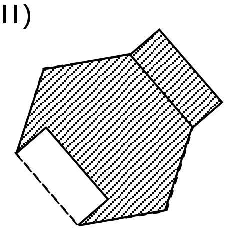
   I)



   II)



   III)



   A) Sólo con I
   B) Sólo con III
   C) Sólo con I o con II
   D) Sólo con I o con III
   E) Con I, con II o con III

EJERCICIOS

1. Al aplicar una **traslación** a la figura 1, se obtiene

A) p
B) q
C) r
D) t
E) s

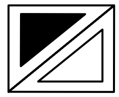
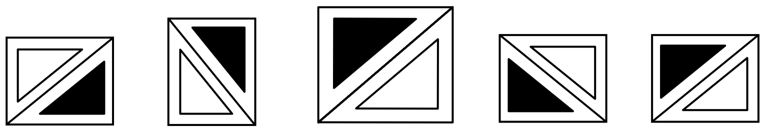


Fig. 1



p q r s t

2. Al aplicar una **rotación de centro O** y ángulo de giro de **180º** a la figura 2, se obtiene

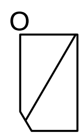
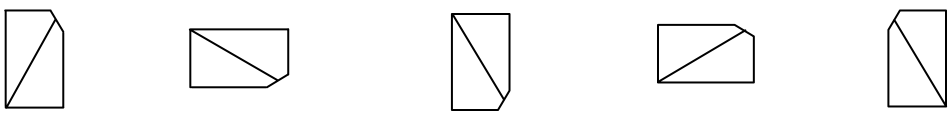


Fig. 2

A) B) C) D) E)

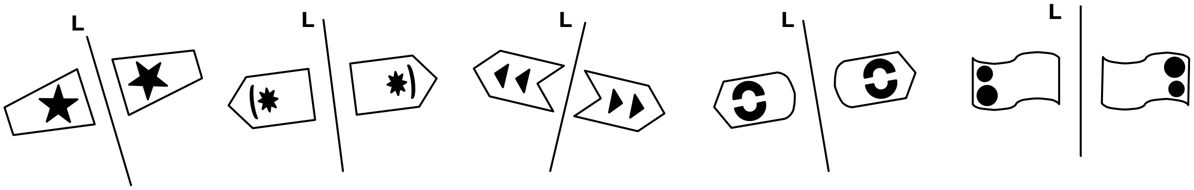


3. ¿Cuántos ejes de simetría tiene un rectángulo?

A) Uno
B) Dos
C) Cuatro
D) Ocho
E) Infinitos

4. ¿En cuál de las siguientes figuras **NO** se muestra una **simetría (reflexión) con respecto a la recta L**?

A) B) C) D) E)



5. El cuadrado ABCD de la figura 4 ha sido transformado, mediante un vector **traslación,** en el cuadrado achurado. ¿Cuál(es) de las afirmaciones siguientes es(son) verdadera(s) ?

I) El vector **traslación** fue $T_{(2,0)}$.

II) Los puntos B y C permanecen invariantes.

III) El área del cuadrado permanece constante.

A) Sólo I
B) Sólo I y II
C) Sólo I y III
D) Sólo II y III
E) I, II y III

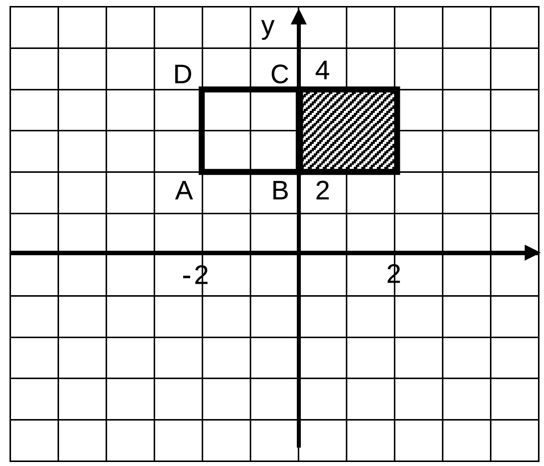


Fig. 4

6. ¿Qué figura se obtiene al aplicar una **rotación de centro O** y ángulo de giro de 90**º** a la figura 5?

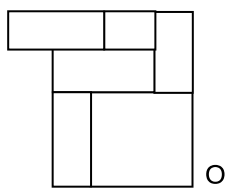
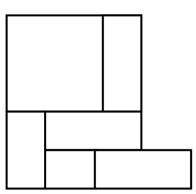
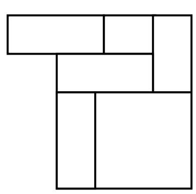
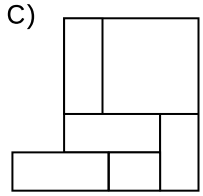
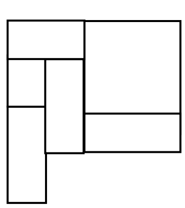


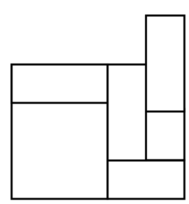
Fig. 5

A) 

B) 

C) 

D) 

E) 

7. A todos los puntos del plano cartesiano (fig. 6) se les aplica una **simetría (reflexión) con respecto al punto E** de coordenadas (2,3). ¿Cuáles son las coordenadas del punto homólogo de B?

A) (1, -1)
B) (1, 0)
C) (1, 3)
D) (2, -1)
E) (0, 1)

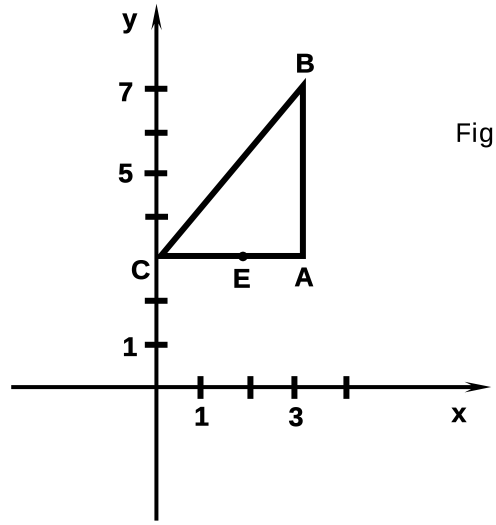


Fig. 6

8. En la figura 7, PQRS es un cuadrado simétrico al cuadrado P´Q´R´S´ con respecto al eje **y** . ¿Cuáles son las coordenadas del punto de intersección de las diagonales del cuadrado P´Q´R´S´?

A) (2, -4)
B) (4, 2)
C) (-5, 2)
D) (-4, -2)
E) (-4, 2)

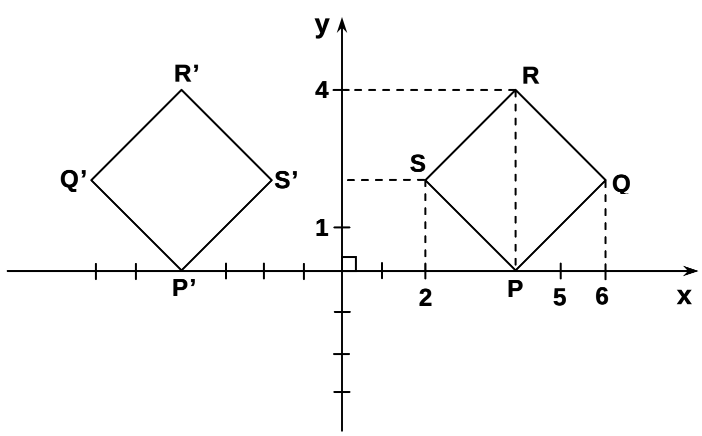
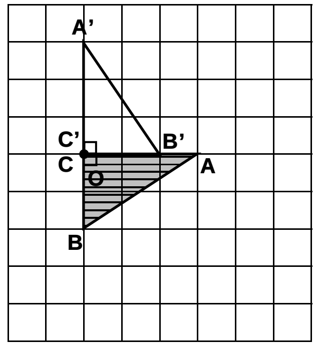
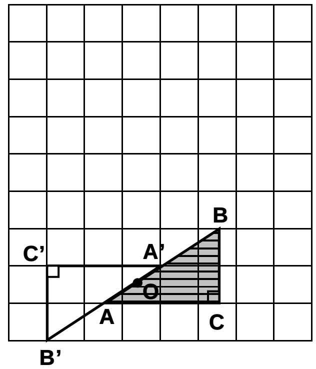
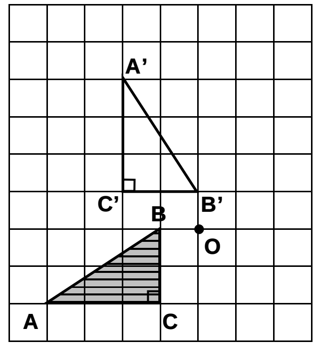


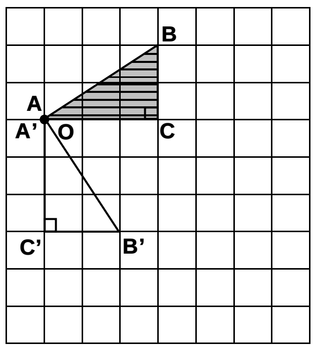
Fig. 7

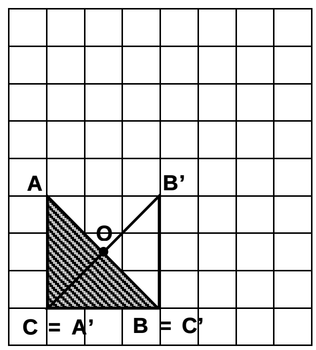
9. Mediante una **rotación de centro O** y ángulo de 90º (en cualquier sentido), el Δ ABC ocupa la posición A´B´C´. Esto **NO** se cumple en

A) 

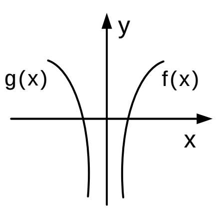
B) 

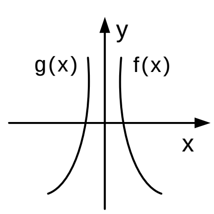
C) 

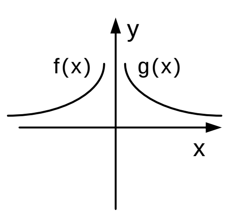
D) 

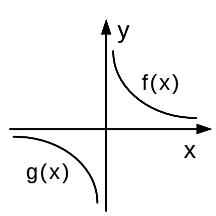
E) 

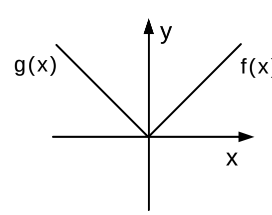
10. Si el gráfico de la función f(x) se obtiene por reflexión del gráfico de la función g(x) con respecto al eje y , ¿cuál(es) de los siguientes gráficos **no** representa esta situación?

A) 

B) 

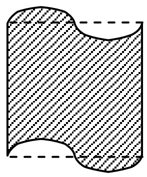
C) 

D) 

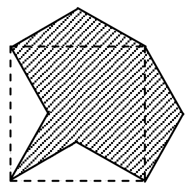
E) 

11. Las siguientes figuras están construidas a partir de un cuadrado. Si los sacados y agregados son congruentes en cada figura, ¿con la repetición de cual(es) de ellas es posible teselar el plano?

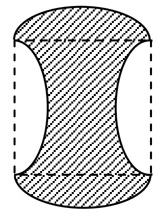
I)



II)



III)



A) Sólo con I
B) Sólo con II
C) Sólo con I o con II
D) Sólo con I o con III
E) Con I, con II o con III

12. Al romboide ABCD de la figura 9 se le ha trazado las diagonales y numerado los cuatro triángulos que se generan. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s)?

I) El Δ**1** es una **simetría (reflexión)** centro en P del Δ**3**.
II) El Δ**2** es una **rotación** de 180º y centro P del Δ**4**.
III) El ΔABC es una **simetría (reflexión)** del ΔCDA cuyo eje de simetría pasa por $\overline{AC}$.

A) Sólo I
B) Sólo I y II
C) Sólo I y III
D) Sólo II y III
E) I, II y III

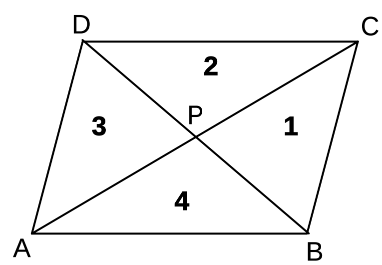


Fig. 9

13. En la figura 10, el cuadrado ABCD es simétrico (reflejo) con el cuadrado EFGH respecto a L, entonces ¿cuáles de las siguientes proposiciones son **siempre** verdaderas?

I) $\overline{AC}$ // $\overline{EG}$
II) ΔDBH $\cong$ ΔGEC
III) $\overline{AF} \perp L$

A) Sólo II
B) Sólo III
C) Sólo I y II
D) Sólo II y III
E) I, II y III

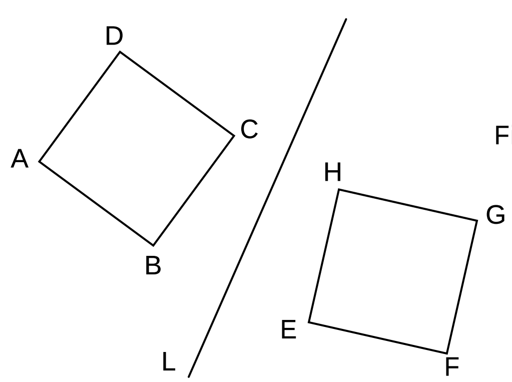


Fig. 10

14. En el sistema cartesiano se le aplicó una **traslación** al segmento AB obteniéndose el segmento A' B'. Se puede determinar el **vector de traslación** si:

(1) Se conocen las coordenadas de A y B'.

(2) Se conocen las coordenadas de B y A'.

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

15. En la figura 14, ABCD es un cuadrilátero y P es el punto de intersección de las diagonales. El triángulo ABP es una **simetría (reflexión)** del triángulo CDP con centro en P si:

(1) ABCD es un paralelogramo.
(2) $\overline{DP} = \overline{PB}$ y $\overline{CP} = \overline{PA}$

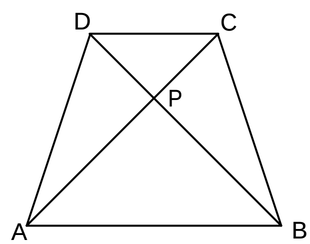


Fig. 14

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) o (2)
E) Se requiere información adicional

RESPUESTAS

Págs. \ Ejemplos	1	2
1	E	E
2	E	D
3	B	D
4	E	A
5	C	A
6	D	D

CLAVES PÁG. 7

1. D	6. D	11. E
2. A	7. A	12. B
3. B	8. E	13. D
4. E	9. B	14. C
5. C	10. D	15. D

DSEMA37

Puedes complementar los contenidos de esta guía visitando nuestra web
http://clases.e-pedrodevaldivia.cl/