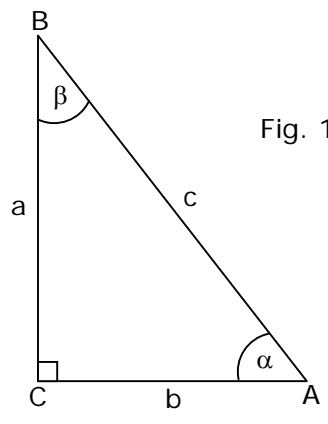


UNIDAD: GEOMETRÍA

TRIGONOMETRÍA

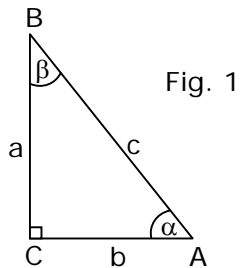
RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

En el triángulo ABC, rectángulo en C (figura 1), se definen las siguientes razones:

 <p>Fig. 1</p>	Seno de $\alpha = \mathbf{sen \alpha} = \frac{\text{Cateto opuesto a } \alpha}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{c}$
	Coseno de $\alpha = \mathbf{cos \alpha} = \frac{\text{Cateto adyacente a } \alpha}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{c}$
	Tangente de $\alpha = \mathbf{tg \alpha} = \frac{\text{Cateto opuesto a } \alpha}{\text{Cateto adyacente a } \alpha} = \frac{a}{b}$
	Cotangente de $\alpha = \mathbf{cotg \alpha} = \frac{\text{Cateto adyacente a } \alpha}{\text{Cateto opuesto a } \alpha} = \frac{b}{a}$
	Secante de $\alpha = \mathbf{sec \alpha} = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto adyacente a } \alpha} = \frac{c}{b}$
	Cosecante de $\alpha = \mathbf{cosec \alpha} = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto opuesto a } \alpha} = \frac{c}{a}$

EJEMPLOS

1. De acuerdo al triángulo ABC de la figura 1, completa el cuadro



$\text{sen } \beta = \underline{\hspace{2cm}}$ $\text{cosec } \beta = \underline{\hspace{2cm}}$

$\text{cos } \beta = \underline{\hspace{2cm}}$ $\text{sec } \beta = \underline{\hspace{2cm}}$

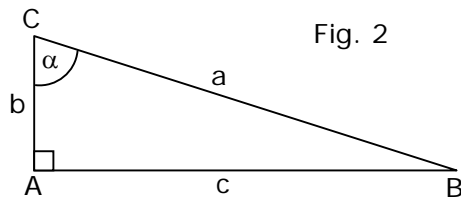
$\text{tg } \beta = \underline{\hspace{2cm}}$ $\text{cotg } \beta = \underline{\hspace{2cm}}$

2. Si $\text{cos } \alpha = \frac{8}{17}$, entonces $\text{cosec } \alpha =$

- A) $\frac{17}{8}$
- B) $\frac{17}{15}$
- C) $\frac{15}{8}$
- D) $\frac{15}{17}$
- E) $\frac{8}{15}$

3. En la figura 2, $\cos \alpha = 0,15$ y $b = 1,5$ cm. Entonces, ¿cuál es la medida de la hipotenusa?

- A) 100 cm
- B) 15 cm
- C) 12,5 cm
- D) 10 cm
- E) 1 cm

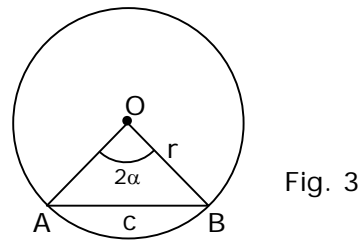


4. La base de un triángulo isósceles tiene una longitud de 12 cm y el coseno del ángulo adyacente a ella es $\frac{3}{5}$. Luego, el perímetro del triángulo es

- A) 16 cm
- B) 24 cm
- C) 32 cm
- D) 48 cm
- E) 64 cm

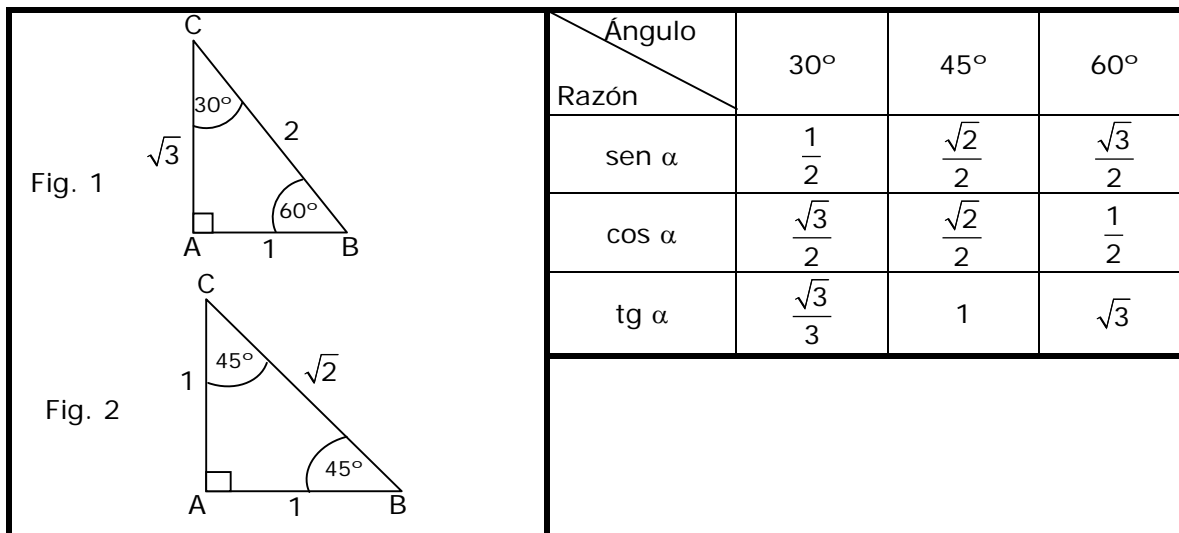
5. En la circunferencia de centro O y radio r de la figura 3, el ángulo del centro que subtende la cuerda c es 2α . Entonces, $c =$

- A) $r \cdot \sin \alpha$
- B) $r \cdot \cos \alpha$
- C) $r \cdot \sin 2\alpha$
- D) $2 \cdot r \cdot \cos \alpha$
- E) $2 \cdot r \cdot \sin \alpha$



RAZONES TRIGONÓMICAS PARA ÁNGULOS DE 30°, 45° y 60°

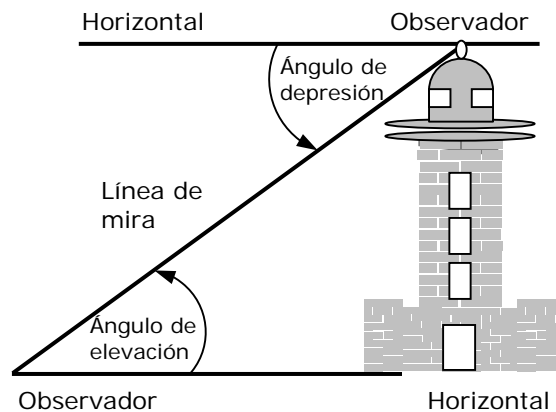
Considerando los triángulos de las figuras 1 y 2, se tiene que:



Ángulos de **elevación** y de **depresión** (fig. 3) son aquellos formados por la horizontal, considerada a nivel del ojo del observador y la línea de mira, según que el objeto observado esté por sobre o bajo esta última.

Con respecto a un observador, los ángulos de elevación y de depresión constituyen ángulos alternos internos entre paralelas, por lo tanto, sus medidas son iguales.

Fig. 3



EJEMPLOS

1. $-\operatorname{tg} 45^\circ \cdot \operatorname{sen} 30^\circ + \operatorname{cos}^2 60^\circ =$

- A) $-\frac{3}{4}$
- B) $-\frac{1}{4}$
- C) 0
- D) $\frac{1}{4}$
- E) $\frac{3}{4}$

2. ¿Cuál es la longitud de la sombra proyectada por un edificio de 50 m de altura (fig. 1) cuando el sol se ha elevado 40° sobre el horizonte?

- A) $50 \cdot \operatorname{tg} 40$ m
 B) $\frac{50}{\operatorname{sen} 40}$ m
 C) $\frac{50}{\operatorname{tg} 40^\circ}$ m
 D) $\frac{\operatorname{tg} 40^\circ}{50}$ m
 E) $\frac{\operatorname{cotg} 40^\circ}{50^\circ}$ m

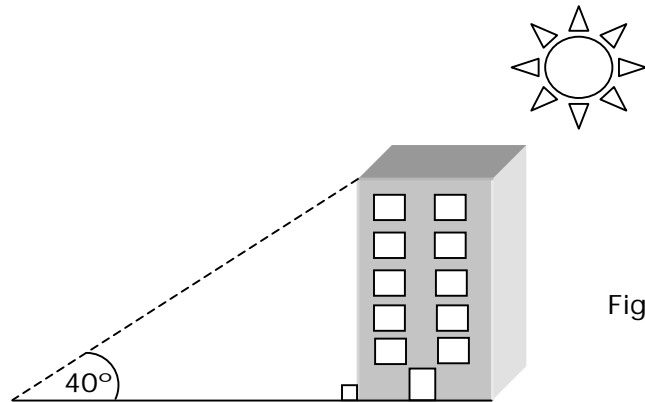


Fig. 1

3. ¿Cuál es la longitud del hilo que sujeta el volantín de la figura 2, si el ángulo de elevación es de 45° ?

- A) $20\sqrt{2}$ m
 B) 21,5 m
 C) $21,5\sqrt{2}$ m
 D) 20 m
 E) $10\sqrt{2}$ m

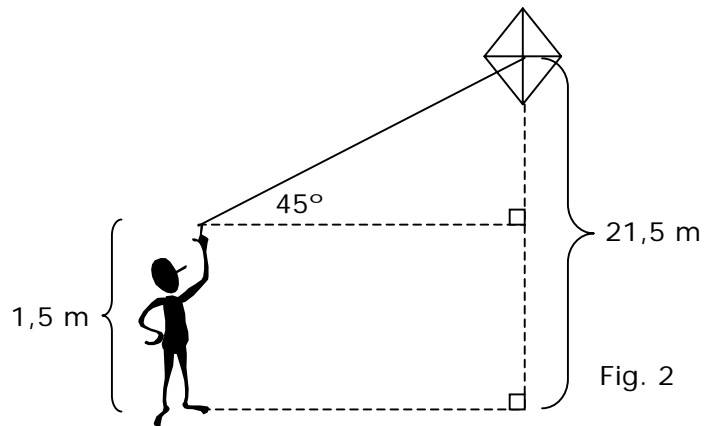


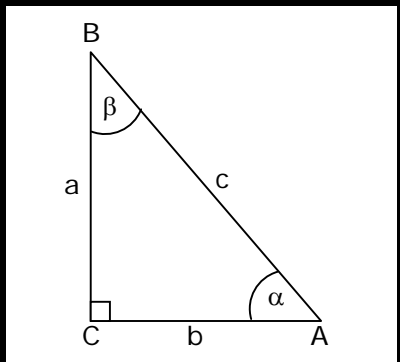
Fig. 2

4. Un observador de 1,80 m de estatura observa la azotea de un edificio, según un ángulo de elevación de 60° . Si el observador está a 12 m del edificio, ¿cuánto mide la altura del edificio?

- A) 24 m
 B) $12\sqrt{3}$ m
 C) $8\sqrt{3}$ m
 D) $(4\sqrt{3} + 1,8)$ m
 E) $(12\sqrt{3} + 1,8)$ m

IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS FUNDAMENTALES

Las identidades 1, 2, 3, 4 y 5 se deducen directamente de las definiciones de las razones trigonométricas. La identidad 6, se deduce combinando las definiciones con el Teorema de Pitágoras.

	1. $\operatorname{sen} \alpha \cdot \operatorname{cosec} \alpha = 1$	4. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{cos} \alpha}$
	2. $\operatorname{cos} \alpha \cdot \operatorname{sec} \alpha = 1$	5. $\operatorname{cotg} \alpha = \frac{\operatorname{cos} \alpha}{\operatorname{sen} \alpha}$
	3. $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{cotg} \alpha = 1$	6. $\operatorname{sen}^2 \alpha + \operatorname{cos}^2 \alpha = 1$

EJEMPLOS

1. Si $k = \operatorname{cos}^2 60^\circ + \operatorname{cos}^2 50^\circ + \operatorname{sen}^2 50^\circ$, entonces $4k$ es igual a

- A) 7
- B) 6
- C) 5
- D) 1,25
- E) 1

2. Si α es un ángulo agudo, ¿cuál(es) de las siguientes igualdades es(son) identidad(es)?

- I) $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{cosec} \alpha = \operatorname{sec} \alpha$
- II) $\frac{1}{1 - \operatorname{cos}^2 \alpha} = \operatorname{cosec}^2 \alpha$
- III) $(\operatorname{sen} \alpha + \operatorname{cos} \alpha)(\operatorname{sen} \alpha - \operatorname{cos} \alpha) = 2 \operatorname{sen}^2 \alpha - 1$

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo I y II
- E) I, II y III

EJERCICIOS

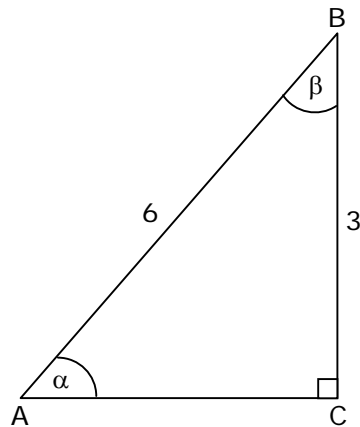
1. Si $\operatorname{tg} \alpha = \frac{5}{12}$ y α es un ángulo agudo, entonces $\cos \alpha =$

- A) $\frac{12}{13}$
- B) $\frac{12}{5}$
- C) $\frac{5}{12}$
- D) $\frac{5}{13}$
- E) $\frac{13}{12}$

2. El triángulo de la figura 1, es rectángulo en C. ¿Cuál(es) de las siguientes igualdades es(son) verdadera(s)?

- I) $\operatorname{sen} \alpha = \frac{1}{2}$
- II) $\cos \beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- III) $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo I y III
- E) I, II y III



3. El extremo superior de una escalera de 8 metros de largo se encuentra apoyada en una pared. El ángulo formado por el piso y la escalera es de 60° . Luego, la distancia entre la pared y el pie de la escalera es

- A) $4\sqrt{3}$ metros
- B) $4\sqrt{2}$ metros
- C) $2\sqrt{2}$ metros
- D) 6 metros
- E) 4 metros

4. Un alpinista que baja por una ladera, por cada 20 metros que recorre baja 10 metros. Entonces, el ángulo de inclinación de la ladera es
- A) 15°
 B) 30°
 C) 45°
 D) 60°
 E) 75°

5. En la figura 2, $\text{sen } \alpha = \frac{4}{5}$ y $\text{tg } \beta = \frac{3}{5}$, entonces x mide

- A) 3 cm
 B) 5 cm
 C) 9 cm
 D) 12 cm
 E) 15 cm

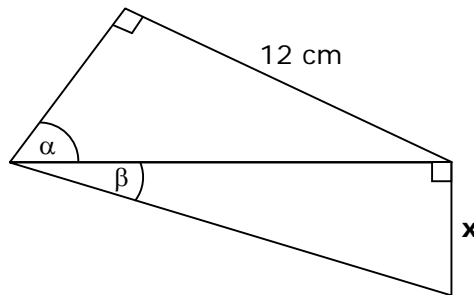


Fig. 2

6. En la circunferencia de centro O y radio r de la figura 3, la longitud de la cuerda \overline{AB} está dada por

- A) $2 \cdot r \cdot \text{sen } 20^\circ$
 B) $2 \cdot r \cdot \text{cos } 20^\circ$
 C) $2 \cdot r \cdot \text{sen } 70^\circ$
 D) $r \cdot \text{sen } 40^\circ$
 E) $r \cdot \text{cos } 70^\circ$

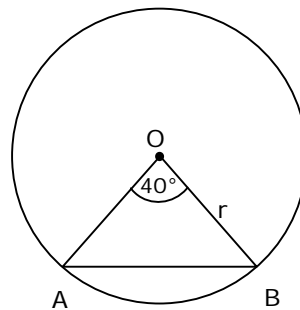


Fig. 3

7. En el triángulo ABC isósceles de base \overline{AB} de la figura 4, ¿cuál(es) de las siguientes expresiones representa(n) la medida del lado \overline{AC} ?

- I) $\frac{1,8}{\text{cos } 50^\circ}$
 II) $\frac{1,8}{\text{sen } 40^\circ}$
 III) $3,6 \cdot \text{cos } 50^\circ$

- A) Sólo I
 B) Sólo II
 C) Sólo III
 D) Sólo I y II
 E) I, II y III

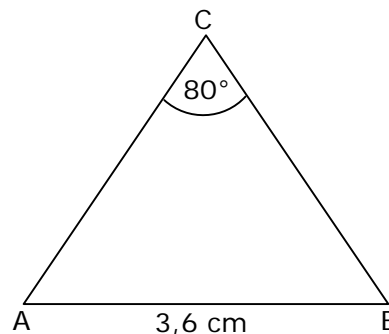


Fig. 4

8. Si β es un ángulo agudo de un $\triangle ABC$, rectángulo en C, $m = a \cdot \text{sen } \beta$ y $n = a \cdot \text{cos } \beta$, entonces $m^2 + n^2 =$

- A) a^2
- B) a
- C) 1
- D) 0
- E) -1

9. Desde un avión que vuela a 2.000 m de altura se observa el inicio de la pista de aterrizaje 30° por debajo de la línea horizontal de vuelo (ángulo de depresión) (fig. 5). ¿Cuál(es) de las siguientes expresiones representa(n) la distancia desde el avión al inicio de la pista?

- I) $\frac{2.000}{\text{sen } 30^\circ}$ m
- II) $\frac{2.000}{\text{cos } 60^\circ}$ m
- III) $2.000 \cdot \text{tg } 30^\circ$ m

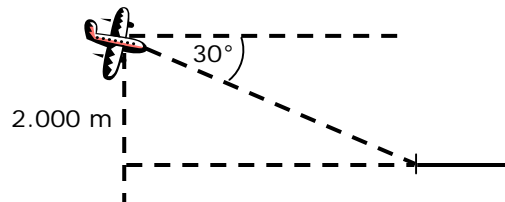


Fig. 5

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo I y II
- E) Sólo I y III

10. El volantín de Luchín está sujeto por un hilo tenso de 160 m de longitud y el ángulo de elevación es de 40° . ¿A qué altura está el volantín, sin tomar en cuenta la estatura de Luchín?

- A) $160 \cdot \text{sen } 40^\circ$ m
- B) $160 \cdot \text{sen } 50^\circ$ m
- C) $160 \cdot \text{cos } 40^\circ$ m
- D) $160 \cdot \text{sec } 40^\circ$ m
- E) $160 \cdot \text{sec } 50^\circ$ m

11. Un camión al chocar con un poste lo quiebra y la punta del poste toca el suelo a una distancia de 3 m de la base del poste. Si la parte superior del poste quebrado forma con el suelo un ángulo de 45° , ¿cuál era la altura original del poste?

- A) $(6 + 3\sqrt{2})$ m
- B) 6 m
- C) $(3 + 3\sqrt{2})$ m
- D) $6\sqrt{2}$ m
- E) $(3 + 1,5\sqrt{2})$ m

12. La figura 6, muestra un corte transversal del túnel del metro. El piso de éste tiene 4 m de ancho y el ángulo de elevación desde el extremo A de la base al punto C de mayor altura del túnel es de 60° . ¿Cuál es la medida de \overline{DC} ?

- A) 2 m
 B) $2\sqrt{3}$ m
 C) 3 m
 D) 4 m
 E) $4\sqrt{3}$ m

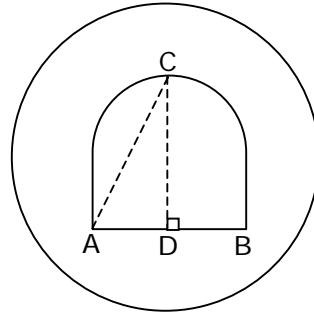


Fig. 6

13. En la circunferencia de centro O de la figura 7, está inscrito el triángulo ABC. Si $\sin \alpha = 0,6$ y el área del triángulo es 96 cm^2 , entonces ¿cuál es el área del círculo?

- A) $400 \pi \text{ cm}^2$
 B) $100\pi \text{ cm}^2$
 C) $40\pi \text{ cm}^2$
 D) $25\pi \text{ cm}^2$
 E) $20\pi \text{ cm}^2$

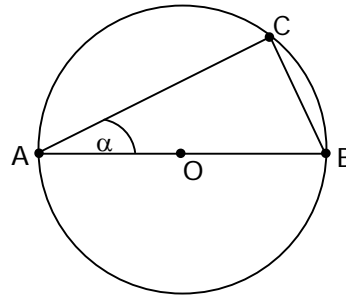


Fig. 7

14. Se puede determinar el perímetro del triángulo ABC de la figura 8, si:

(1) $\text{tg } \alpha = \frac{4}{3}$

(2) $\overline{AB} = 5 \text{ cm}$

- A) (1) por sí sola
 B) (2) por sí sola
 C) Ambas juntas, (1) y (2)
 D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
 E) Se requiere información adicional

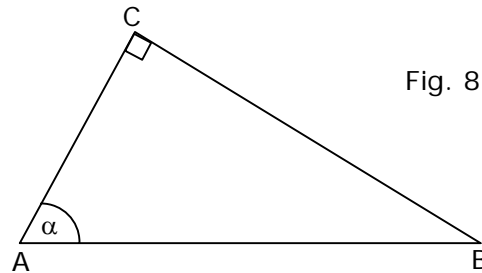


Fig. 8

15. En un triángulo MNT isósceles de base \overline{MN} , la altura correspondiente a la base mide 1,8 metros. ¿Cuál es el área del triángulo?

- (1) El triángulo es obtusángulo.
 (2) La tangente correspondiente a uno de los ángulos de la base es $0,6$.

- A) (1) por sí sola
 B) (2) por sí sola
 C) Ambas juntas, (1) y (2)
 D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
 E) Se requiere información adicional

RESPUESTAS

Ejemplos Págs.	1	2	3	4	5
1 y 2	$\frac{b}{c}$ $\frac{c}{b}$ $\frac{a}{c}$ $\frac{c}{a}$ $\frac{b}{a}$ $\frac{a}{b}$	B	D	C	E
3 y 4	B	C	A	E	
5	C	E			

CLAVES PÁG. 6

- | | | |
|------|-------|-------|
| 1. A | 6. A | 11. C |
| 2. D | 7. D | 12. B |
| 3. E | 8. A | 13. B |
| 4. B | 9. D | 14. C |
| 5. C | 10. A | 15. B |

DSEMA32

<p>Puedes complementar los contenidos de esta guía visitando nuestra web http://clases.e-pedrovaldivia.cl/</p>
