Material N° 12

GUÍA TEÓRICO PRÁCTICA Nº 10

UNIDAD: GEOMETRÍA

POLÍGONOS – CUADRILÁTEROS

POLÍGONOS

DEFINICIÓN: Un polígono es una figura plana, cerrada, limitada por trazos llamados lados y que se intersectan sólo en sus puntos extremos (no se cruzan).

POLÍGONO CONVEXO

DEFINICIÓN: Polígono convexo es aquel que para todo par de puntos de su región interior, el segmento que los une siempre está totalmente incluido en el interior del polígono. De lo contrario se dice que el polígono es cóncavo.

NOMBRE DE POLÍGONOS

TRIÁNGULOS	3 LADOS
CUADRILÁTERO	4 LADOS
PENTÁGONO	5 LADOS
HEXÁGONO	6 LADOS
HEPTÁGONO	7 LADOS
OCTÓGONO	8 LADOS

NONÁGONO	9 LADOS
DECÁGONO	10 LADOS
ENDECÁGONO	11 LADOS
DODECÁGONO	12 LADOS
PENTADECÁGONO	15 LADOS
ICOSÁGONO	20 LADOS

PROPIEDADES DE POLÍGONOS CONVEXOS DE n LADOS:

- **Suma de los ángulos interiores = $180º \cdot (n - 2)$**
- **Suma de los ángulos exteriores = $360º$**
- **Diagonales que se pueden trazar desde un vértice = $n - 3$**
- **Total de diagonales que se pueden trazar = $\dfrac{n(n-3)}{2}$**

EJEMPLOS

1. ¿Cuánto suman las medidas de los ángulos interiores de un polígono convexo de 7 lados?

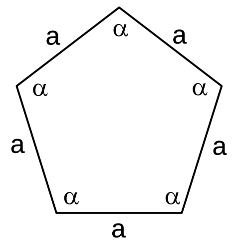
   A) 1.260º
   B) 1.080º
   C) 900º
   D) 720º
   E) 360º

2. ¿Cuántos lados tiene un polígono, en el cual se pueden trazar 5 diagonales en total?

   A) 5
   B) 6
   C) 8
   D) 9
   E) 10

POLÍGONO REGULAR

DEFINICIÓN: Es aquel que tiene sus lados y sus ángulos respectivamente congruentes. En caso contrario se dice que es irregular.

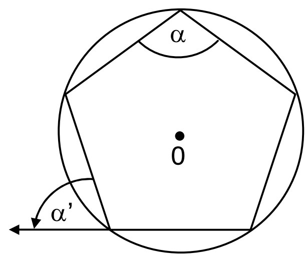


PROPIEDADES

- $\alpha = \dfrac{(n-2)\,180^\circ}{n}$ **(n: número de lados)**

- $\alpha' = \dfrac{360^\circ}{n}$

- **A todo polígono regular se le puede circunscribir e inscribir una circunferencia.**



EJEMPLOS

1. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s)?

   I) Existe un polígono regular tal que la suma de sus ángulos interiores es 5400º.
   II) Existe un polígono regular donde cada ángulo exterior mide 25º.
   III) Existe un polígono regular donde cada ángulo interior mide 170º.

   A) Sólo I
   B) Sólo III
   C) Sólo I y II
   D) Sólo I y III
   E) I, II y III

2. ¿Cuántos lados tiene un polígono regular cuyo ángulo exterior mide 12º?

   A) 12
   B) 15
   C) 30
   D) 36
   E) 40

CUADRILÁTERO

DEFINICIÓN

Cuadrilátero es cualquier polígono de 4 lados.

CLASIFICACIÓN

Los cuadriláteros pueden ser cóncavos o convexos. Estos últimos se clasifican en: PARALELOGRAMOS, TRAPECIOS Y TRAPEZOIDES.

PROPIEDADES

- **La suma de los ángulos interiores es 360º.**
- **La suma de los ángulos exteriores es 360º.**

EJEMPLOS

1. En el cuadrilátero ABCD de la figura 1, $\overline{AB} = \overline{BC}$ y $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$. Si $\measuredangle$ BDC= 40º, entonces $\measuredangle$ BAD =

A) 35º
B) 40º
C) 70º
D) 90º
E) 140º

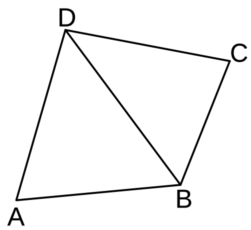


Fig. 1

2. En el cuadrilátero ABCD de la figura 2, ¿cuánto mide el ángulo exterior EBC?

A) 36º
B) 72º
C) 108º
D) 126º
E) 144º

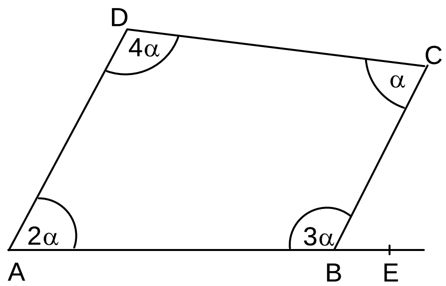


Fig. 2

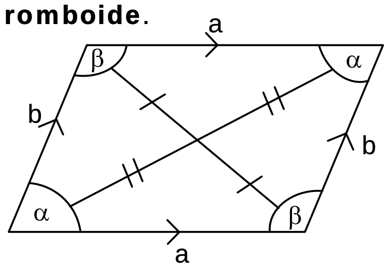
PARALELOGRAMO

DEFINICIÓN: Paralelogramo es aquel cuadrilátero que tiene dos pares de lados opuestos paralelos.

CLASIFICACIÓN: Los paralelogramos se clasifican en: **paralelogramos rectos** y **paralelogramos oblicuos.** Los paralelogramos rectos son aquellos cuyos ángulos interiores son todos rectos. Los paralelogramos oblicuos son aquellos cuyos ángulos interiores no son rectos. Paralelogramos **rectos son el cuadrado y el rectángulo**. Paralelogramos **oblicuos son el rombo y el romboide**.

PROPIEDADES:

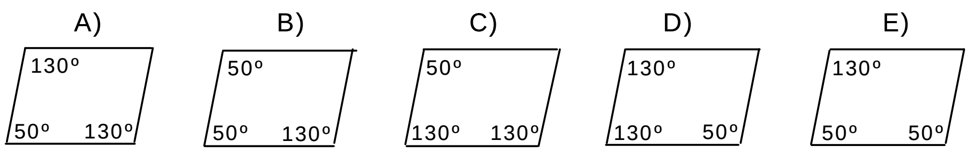
- **Lados opuestos congruentes**
- **Ángulos opuestos congruentes.**
- **Ángulos contiguos suplementarios.**
- **Las diagonales se dimidian.**



OBSERVACIÓN: Si un cuadrilátero cumple con a lo menos una de estas propiedades, entonces **necesariamente** es un paralelogramo.

EJEMPLOS

1. ¿Cuál de los siguientes cuadriláteros es un paralelogramo?



2. En el paralelogramo RSTU de la figura 1, las medidas de α y β son respectivamente

A) 40º y 35º
B) 50º y 75º
C) 50º y 45º
D) 70º y 95º
E) 70º y 65º

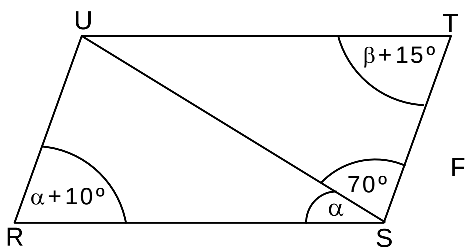


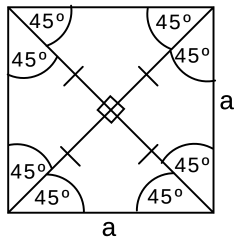
Fig. 1

CUADRADO

DEFINICIÓN: Cuadrado es aquel paralelogramo recto de lados congruentes.

PROPIEDADES: Además de las cuatro propiedades generales de los paralelogramos, los cuadrados tienen estas otras tres propiedades:

- **Diagonales congruentes.**
- **Diagonales perpendiculares.**
- **Diagonales bisectrices.**

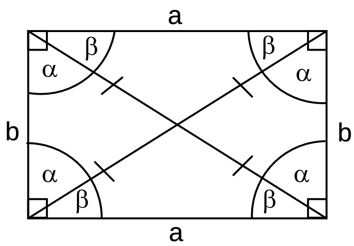


RECTÁNGULO

DEFINICIÓN: Rectángulo es aquel paralelogramo recto de lados contiguos desiguales.

PROPIEDADES: Además de las cuatro propiedades generales de los paralelogramos, los rectángulos tienen la siguiente propiedad:

- **Diagonales congruentes**



$a \neq b$

OBSERVACIÓN: Las diagonales de los rectángulos no son perpendiculares ni son bisectrices.

EJEMPLOS

1. En la figura 1, los puntos B y C del cuadrado ABCD pertenecen a los lados $\overline{EF}$ y $\overline{HG}$ del cuadrado EFGH. Si ∠ CBF = 70º , entonces ∠ ACH =

   A) 15º
   B) 20º
   C) 22,5º
   D) 25º
   E) 30º

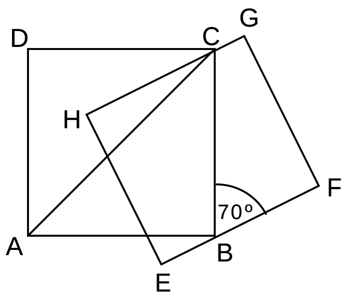


Fig. 1

2. En el rectángulo ABCD de la figura 2, $\overline{EB}$ = $\overline{BC}$ y ∠ ECA = 10º. ¿Cuánto mide el ángulo AMB?

   A) 130º
   B) 110º
   C) 100º
   D) 70º
   E) 55º

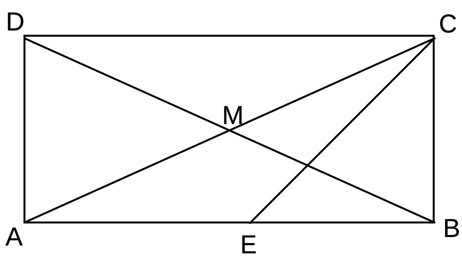
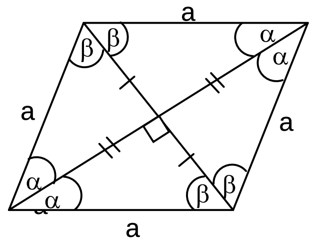


Fig. 2

ROMBO

DEFINICIÓN: Rombo es aquel paralelogramo oblicuo de lados congruentes.

PROPIEDADES: Además de las cuatro propiedades generales de los paralelogramos, los rombos tienen estas dos propiedades:



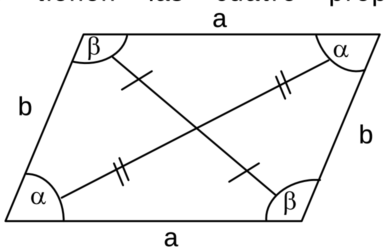
- **Diagonales perpendiculares**
- **Diagonales bisectrices**

OBSERVACIÓN: Las diagonales de los rombos son desiguales.

ROMBOIDE

DEFINICIÓN: Romboide es aquel paralelogramo oblicuo de lados contiguos desiguales.

PROPIEDADES: Los romboides sólo tienen las cuatro propiedades generales de los paralelogramos.



$a \neq b$

OBSERVACIÓN: Las diagonales de los romboides **no** son iguales, **no** son bisectrices **ni** son perpendiculares.

EJEMPLOS

1. En la figura 1, DEFG es un rombo. ¿Cuánto mide el ángulo HFD?

   A) 22,5º
   B) 67,5º
   C) 90º
   D) 112,5º
   E) 122,5º

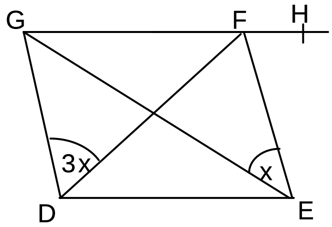


Fig. 1

2. ¿Cuál(es) de las siguientes proposiciones es(son) **necesariamente** verdadera(s) en un paralelogramo ABCD de diagonales $\overline{AB}$ y $\overline{BD}$?

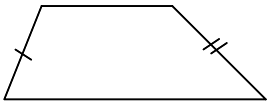
   I) Si $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ y $\overline{AC} \neq \overline{BD}$, entonces ABCD es un rombo.
   II) Si $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ y $\overline{AB} = \overline{BC}$, entonces ABCD es un cuadrado.
   III) Si $\overline{AC} \neq \overline{BD}$ y $\overline{AB} \neq \overline{BC}$, entonces ABCD es un romboide.

   A) Sólo I
   B) Sólo II
   C) Sólo I y II
   D) Sólo I y III
   E) I, II y III

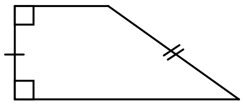
TRAPECIO

DEFINICIÓN: Trapecio es aquel cuadrilátero que tiene sólo un par de lados paralelos, llamados bases.

CLASIFICACIÓN: Los trapecios se clasifican en **trapecios escalenos y trapecios isósceles**. Los trapecios escalenos son aquellos que tienen los lados no paralelos desiguales. Los trapecios isósceles son aquellos que tienen los lados no paralelos iguales.



Trapecio Escaleno

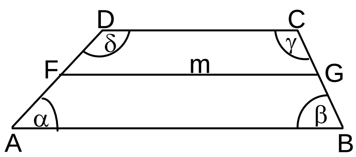


Trapecio Escaleno Rectángulo

Trapecio Isósceles

PROPIEDADES:

- En todos los trapecios, los ángulos colaterales internos entre las bases ($\overline{AB}$ y $\overline{DC}$) son suplementarios.
- En todo trapecio la **mediana m** es igual a la semisuma de las bases.

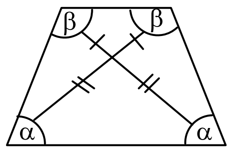


$\alpha + \delta = 180^\circ$
$\beta + \gamma = 180^\circ$
F y G puntos medios de los lados $\overline{AD}$ y $\overline{BC}$ respectivamente

TRAPECIO ISÓSCELES

PROPIEDADES: Además de las propiedades generales de los trapecios, los isósceles tienen las siguientes propiedades:

- **Diagonales congruentes.**
- **Ángulos basales congruentes.**
- **Ángulos opuestos suplementarios.**



EJEMPLOS

1. En el trapecio ABCD de la figura 1, $\overline{AB}$ // $\overline{DC}$ y $\overline{AD} = \overline{DC}$. Si el $\angle$ ADC = 100º, entonces el $\angle$ DAB mide

A) 40º
B) 50º
C) 60º
D) 80º
E) 100º

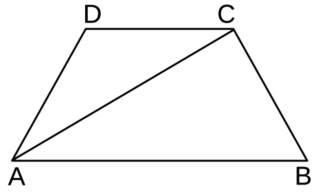


Fig. 1

2. En el trapecio ABCD de la figura 2, $\overline{AD} = \overline{DC} = \overline{CB}$ y $\angle$ ABC = 76º. ¿Cuánto mide el ángulo DCA?

A) 38º
B) 66º
C) 76º
D) 104º
E) 142º

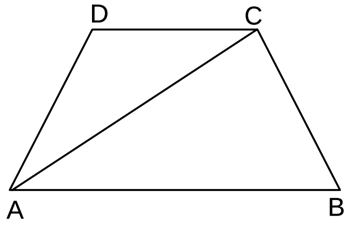
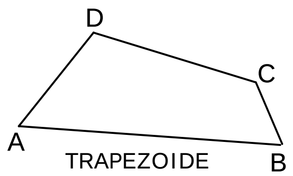


Fig. 2

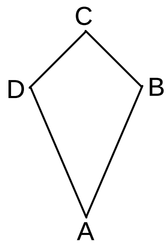
TRAPEZOIDE

DEFINICIÓN: Trapezoide es aquel cuadrilátero que no tiene par de lados paralelos.

CLASIFICACIÓN: Los trapezoides se clasifican en asimétricos y simétricos.



TRAPEZOIDE
ASIMÉTRICO

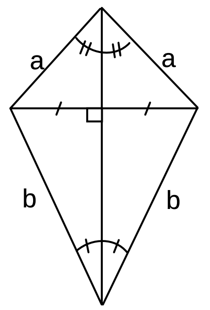


TRAPEZOIDE
SIMÉTRICO (DELTOIDE)

$\overline{AB} \cong \overline{AD}$ y $\overline{CD} \cong \overline{CB}$

PROPIEDADES DEL DELTOIDE

- **Diagonales perpendiculares.**
- **Una diagonal es bisectriz.**
- **La diagonal que es bisectriz, es a su vez, simetral de la otra diagonal.**



$a \neq b$

EJEMPLOS

1. En la figura 1, DEFG es un deltoide con $\overline{GD} = \overline{DE}$ y $\overline{GF} = \overline{EF}$. Si ∠ FED = 130º y ∠ GDE = 20º, entonces el ángulo FGE mide

   A) 80º
   B) 75º
   C) 65º
   D) 55º
   E) 50º

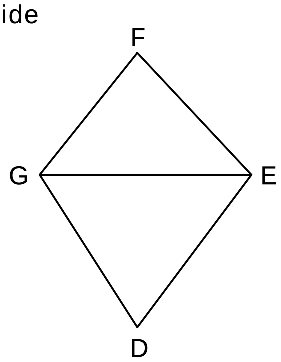


Fig. 1

2. En el deltoide ABCD de la figura 2, $\overline{DC} = \overline{BC}$ y $\overline{DA} = \overline{BA}$. Si ∠ ACB = 25º y ∠ CBA = 115º, ¿cuánto mide el ángulo DAC?

   A) 25º
   B) 32,5º
   C) 40º
   D) 65º
   E) 80º

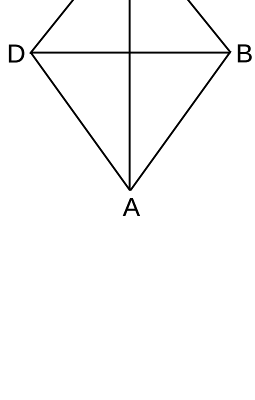


Fig. 2

EJERCICIOS

1. En todo paralelogramo siempre se cumple que

   A) los ángulos consecutivos son suplementarios
   B) los ángulos opuestos son suplementarios
   C) los lados consecutivos son congruentes
   D) las diagonales son bisectrices
   E) las diagonales son congruentes

2. En la figura 1, el vértice A del cuadrado ABCD pertenece al lado $\overline{EF}$ del cuadrado EFGD. Si $\overline{DB}$ es diagonal del cuadrado ABCD y $\angle$ EAD = 50º, entonces $\angle$ x =

   A) 40º
   B) 45º
   C) 50º
   D) 75º
   E) 85º

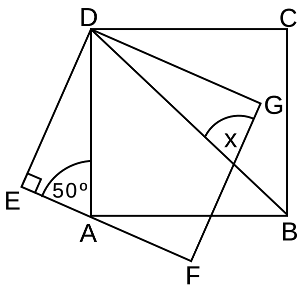


Fig. 1

3. En el cuadrado ABCD (fig. 2). $\overline{EF} // \overline{AB}$ y $\overline{DE} = \overline{DG}$. Entonces, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s)?

   I) $\angle$ DEG = $\angle$ FEG
   II) $\angle$ EGC = 3$\angle$ GED
   III) $\angle$ EFC = 2$\angle$ EGD

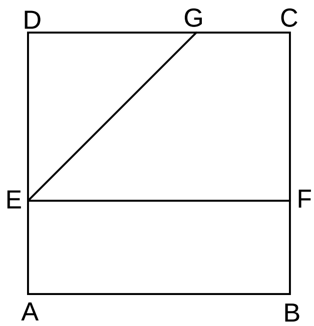


Fig. 2

   A) Sólo III
   B) Sólo I y II
   C) Sólo I y III
   D) Sólo II y III
   E) I, II y III

4. ¿En cuál(es) de los siguientes paralelogramos, al trazar sus diagonales, se forman cuatro triángulos congruentes?

   I) Rombo.
   II) Rectángulo.
   III) Romboide.

   Es(son) verdadera(s)

   A) Sólo I
   B) Sólo II
   C) Sólo III
   D) Sólo I y II
   E) I, II y III

5. En la figura 3, ABCD es un rectángulo y el triángulo AEF es equilátero. Si $\angle ACB = \frac{2}{3} \angle ADC$, entonces el suplemento del ángulo AGF es

A) 0º
B) 30º
C) 45º
D) 60º
E) 90º

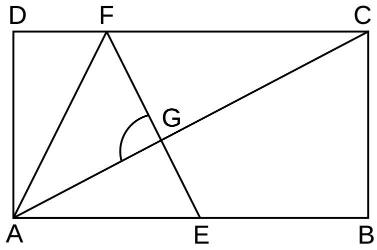


Fig. 3

6. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s)?

I) Existe un polígono convexo cuya suma de ángulos interiores es 1620º.
II) La suma de los ángulos exteriores de un pentágono es 360º.
III) Un pentadecágono (15 lados) tiene en total 90 diagonales.

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo I y II
E) I, II y III

7. Si desde un vértice cualquiera de un polígono convexo se pueden trazar 17 diagonales, entonces la suma de los ángulos interiores de este polígono es igual a

A) 3.600º
B) 3.240º
C) 3.060º
D) 2.520º
E) 2.160º

8. El pentágono de la figura 4, es regular. Si $\alpha = 72º$, entonces ¿cuánto mide β?

A) 108º
B) 72º
C) 60º
D) 54º
E) 36º

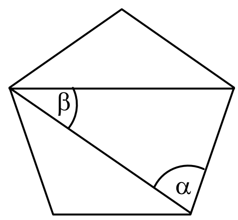


Fig. 4

9. En el deltoide ABCD de la figura 5, $\overline{AB} = \overline{AD}$. $\measuredangle BAD = 50º$ y $\measuredangle ADC = 150º$. Entonces, $\measuredangle x =$

A) 85º
B) 75º
C) 65º
D) 55º
E) 45º

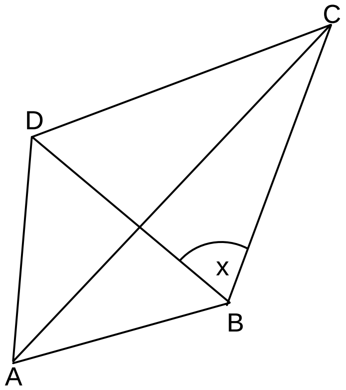


Fig. 5

10. ¿Cuántos lados tiene un polígono regular cuyo ángulo interior mide 144º?

A) 15
B) 14
C) 13
D) 12
E) 10

11. Si el hexágono de la figura 6, es regular, entonces $\alpha + \beta =$

A) 60º
B) 75º
C) 90º
D) 120º
E) 150º

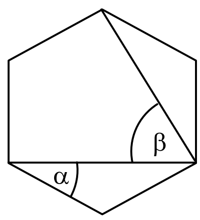


Fig. 6

12. En el trapecio ABCD de la figura 7, $\overline{AB} // \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{DC} = \overline{CB}$ y $\measuredangle ADC = 2\measuredangle ABC$, entonces el $\measuredangle CAB$ mide

A) 20º
B) 22,5º
C) 30º
D) 40º
E) Faltan datos para determinarlo

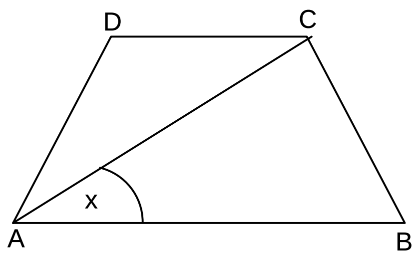


Fig. 7

13. El hexágono de la figura 8, es regular. Se puede determinar la medida del ángulo PMQ si:

(1) $\overline{PM} = \overline{MR}$

(2) $\overline{PQ} = \overline{QM}$

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por si sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

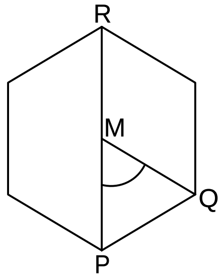


Fig. 8

14. En la figura 9, se puede determinar la medida del ángulo **x** si se sabe que:

(1) PQRS y PMNT son cuadrados.

(2) ∢ PMN = ∢ PTN = 90º

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por si sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

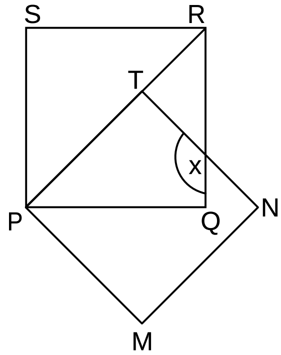


Fig. 9

15. El paralelogramo ABCD de la figura 10, es un rombo si:

(1) $\overline{AC} \perp \overline{DB}$
(2) $\overline{AC} \neq \overline{DB}$

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

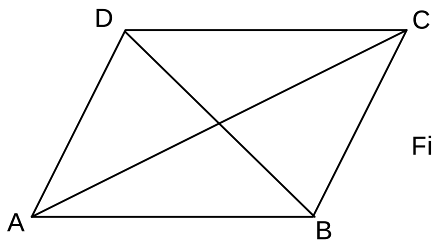


Fig. 10

RESPUESTAS

Págs. \ Ejemplos	1	2
1	C	A
2	D	C
3	C	B
4	A	C
5	D	B
6	D	D
7	D	A
8	E	C

CLAVES PÁG. 9

1. A	6. E	11. C
2. E	7. B	12. C
3. E	8. E	13. D
4. A	9. A	14. A
5. A	10. E	15. C

DSEMA012