

UNIDAD: ÁLGEBRA Y FUNCIONES

LOGARITMOS – ECUACIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS

DEFINICIÓN

El logaritmo de un número real positivo **b** en base **a** , positiva y distinta de 1 , es el número **m** a que se debe elevar la base para obtener dicho número.

$$\log_a b = m \Leftrightarrow a^m = b, \quad b > 0, \quad 1 \neq a > 0$$

OBSERVACIONES:

- ⌚ La expresión $\log_a b = m$ se lee "el logaritmo de **b** en base **a** es **m**".
- ⌚ El logaritmo es la operación inversa de la exponenciación.
- ⌚ $\log_{10} a = \log a$.

EJEMPLOS

1. $\log_5 125 = 3$ expresado en forma exponencial es

A) $3^5 = 125$

B) $5^3 = 125$

C) $5^3 = 125$

D) $125^{\frac{1}{5}} = 3$

E) $125^{-3} = \frac{1}{5}$

2. $3^3 = 27$ expresado en forma logarítmica es

A) $\log_3 27 = 3$

B) $\log_{27} 3 = 3$

C) $\log_{\frac{1}{3}} 27 = 3$

D) $\log_{\frac{1}{3}} 3 = 27$

E) $\log_3 \left[\frac{1}{3} \right] = 27$

CONSECUENCIAS DE LA DEFINICIÓN DE LOGARITMO

⊙

$$\log_a 1 = 0$$

⊙

$$\log_a a = 1$$

⊙

$$\log_a a^m = m$$

EJEMPLOS

1. $\log(3 \cdot 3^{-1}) =$

- A) -1
- B) 0
- C) 1
- D) 9^{-1}
- E) -9

2. $\log_m \frac{m^2 + m}{m + 1} =$

- A) $2m$
- B) $m + 1$
- C) m
- D) 1
- E) 0

3. $\log_3 \left[\frac{1}{9} \right] =$

- A) $\frac{1}{3}$
- B) $-\frac{1}{3}$
- C) 2
- D) $-\frac{2}{3}$
- E) $\sqrt{3,9}$

PROPIEDADES DE LOS LOGARITMOS

Sean $b > 0$, $c > 0$, $1 \neq a > 0$

⊗ LOGARITMO DE UN PRODUCTO

$$\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

⊗ LOGARITMO DE UN CUOCIENTE

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$$

EJEMPLOS

1. $\log_3 5 + \log_3 7 =$

- A) $\log_3 5 \cdot \log_3 7$
- B) $(5 \cdot 7)^3$
- C) 3^{35}
- D) $\log_3 12$
- E) $\log_3 35$

2. Si $\log_2 m - \log_2 n = 5$, el cuociente $\frac{m}{n}$ es igual a

- A) 10
- B) 25
- C) 32
- D) 64
- E) 128

3. $\log 3 + \log 4 - \log 2$ escrito como el logaritmo de un número es

- A) $\log 5$
- B) $\log 6$
- C) $\log 10$
- D) $\log \frac{3}{2}$
- E) $\log \frac{3}{8}$

⊗ LOGARITMO DE UNA POTENCIA

$$\log_a b^n = n \log_a b$$

⊗ LOGARITMO DE UNA RAÍZ

$$\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_a b, \text{ con } n >$$

EJEMPLOS

1. $\log_2 \frac{1}{8} =$

- A) 3
- B) 2
- C) 0
- D) -2
- E) -3

2. $\log_4 \sqrt{4,4} =$

- A) $\frac{1}{4}$
- B) 1
- C) 4
- D) 16
- E) Otro valor

3. $-\frac{1}{5} \log_3 2 =$

- A) $\log_3 2^{-5}$
- B) $-5 \log_3 2^{-1}$
- C) $\log_3 2^{\frac{1}{5}}$
- D) $-\log_3 \sqrt[5]{2}$
- E) $\log_3 \sqrt[5]{-2}$

EJERCICIOS

1. ¿Cuál(es) de las siguientes expresiones es(son) equivalente(s) a $\log 8$?

- I) $\log 4 + \log 2$
- II) $3 \cdot \log 2$
- III) $2 \log 4 - \log 2$

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo I y III
- D) Sólo II y III
- E) I, II y III

2. $\log_2 (-2) =$

- A) -2
- B) -1
- C) 1
- D) 2
- E) No está definido en IR

3. En la expresión $\log_3 x = 1$, el valor de x es

- A) $\frac{1}{3}$
- B) $-\frac{1}{3}$
- C) -1
- D) 3
- E) -3

4. Si $\log_x \frac{1}{16} = 2$, el valor de x es

- A) $\frac{1}{32}$
- B) $-\frac{1}{32}$
- C) $\frac{1}{4}$
- D) $-\frac{1}{4}$
- E) 16^2

5. En la expresión $\log_9 3 = x$, el valor de x es

- A) 2
- B) -2
- C) $-\frac{1}{2}$
- D) $\frac{1}{2}$
- E) $\frac{1}{3}$

6. ¿Cuál(es) de las siguientes igualdades es(son) verdadera(s)?

- I) $\log(ab) = \log a \cdot \log b$
- II) $\log(a + b) = \log a + \log b$
- III) $\frac{\log a}{\log b} = \log a - \log b$

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo I y II
- E) Ninguna de ellas

7.
$$\frac{\log_2 16 - \log_3 \frac{1}{27}}{\log_6 36} =$$

- A) $\frac{7}{2}$
- B) $\frac{7}{6}$
- C) $\frac{17}{6}$
- D) $\frac{11}{2}$
- E) $\frac{1}{2}$

8.
$$\log_{\frac{1}{4}} (16 \cdot \sqrt[3]{4}) =$$

- A) $\frac{7}{3}$
- B) $-\frac{7}{3}$
- C) $\frac{1}{3}$
- D) $-\frac{1}{3}$
- E) $\frac{2}{3}$

9. Si $y = 5x$ con $x > 0$, entonces $\log_5 x - \log_5 y =$

- A) -1
- B) 1
- C) 0
- D) 5
- E) $\frac{1}{5}$

10. ¿Cuál de las siguientes opciones es verdadera?

- A) $\log 1 \cdot \log 5 = \log 5$
- B) $\log 10 : \log 2 = \log 5$
- C) $\log \frac{1}{3} \cdot \log 6 = \log 2$
- D) $\log \frac{1}{10} < 0$
- E) $\frac{\log 5}{\log 4} = \log 5 - \log 4$

11. Si $\log_5 3 = \frac{7}{10}$, entonces $\log_5 75$ es igual a

- A) $\frac{57}{10}$
- B) $\frac{27}{10}$
- C) $\frac{35}{2}$
- D) $\frac{7}{2}$
- E) $\frac{7}{5}$

12. Si $4 \log a = 1$, entonces $\log \sqrt{a} =$

- A) $\frac{1}{16}$
- B) $\frac{1}{8}$
- C) $\frac{1}{4}$
- D) $\frac{1}{2}$
- E) 2

13. El logaritmo de un número x en base a es -1 , y logaritmo del mismo número x en base $2a$ es -2 . ¿Cuál es el valor de a ?

- A) 4
- B) 1
- C) $\frac{1}{4}$
- D) 0
- E) -1

14. Si $\log a + \log b = c - \log b$, entonces $a =$

- A) $\frac{10^c}{2b}$
- B) $2 \cdot b \cdot 10^c$
- C) $\frac{10^c}{b^2}$
- D) $b^2 \cdot 10^c$
- E) $\frac{2 \cdot 10^c}{b}$

15. Se puede determinar el valor de $\log a - \log b$ si:

- (1) $a - b = 10$
- (2) $a = 10b$
- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

RESPUESTAS

Ejemplos Págs.	1	2	3	4
1	C	A		
2	B	D	D	A
3	E	C	B	
4	E	A	D	

CLAVES PÁG. 5

- 1. E 6. E 11. B
- 2. E 7. A 12. B
- 3. D 8. B 13. C
- 4. C 9. A 14. C
- 5. D 10. D 15. B

DSEMA27

Puedes complementar los contenidos de esta guía visitando nuestra web
<http://clases.e-pedrovaldivia.cl/>