

UNIDAD: ÁLGEBRA Y FUNCIONES
INECUACIONES Y SISTEMAS DE INECUACIONES

DESIGUALDADES

Llamaremos desigualdades a expresiones de la forma $a > b$, $a < b$, $a \geq b$ ó $a \leq b$. Las desigualdades cumplen con las siguientes propiedades:

PROPIEDAD 1 Si a los dos miembros de una desigualdad se suma un mismo número, el sentido de la desigualdad **no cambia**.

Si a, b, c son números reales y $a < b$, entonces $a + c < b + c$

PROPIEDAD 2 Si los dos miembros de una desigualdad se multiplican por un mismo **número positivo**, el sentido de la desigualdad **no cambia**.

Si a, b, c son números reales tales que $a < b$ y $c > 0$, entonces $ac < bc$

PROPIEDAD 3 Si los dos miembros de una desigualdad se multiplican por un mismo **número negativo**, el sentido de la desigualdad **cambia**.

Si a, b, c son números reales tales que $a < b$ y $c < 0$, entonces $ac > bc$

EJEMPLOS

1. Si a, b y c son número reales, con $b > c > a$ y $c \neq 0$; ¿cuál(es) de las siguientes desigualdades es FALSA?

- A) $c + a < b + a$
- B) $b - c > a - c$
- C) $c^2 \cdot a < c^2 \cdot b$
- D) $c^3 > a \cdot c^2$
- E) $(a - c) \cdot b > (a - c) \cdot c$

2. Si $0 < x < 1$; entonces ¿cuál(es) de las siguientes desigualdades es(son) verdadera(s)?

I) $2 - x^2 < 2 + x^2$ II) $3 - x^2 < 3 - x$ III) $1 + x^2 < (1 + x)^2$

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo I y III
- E) I, II y III

INECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA

Son desigualdades que se pueden reducir a una de las formas siguientes: $ax + b \geq 0$, $ax + b \leq 0$, $ax + b > 0$ ó $ax + b < 0$, y que son verdaderas para un conjunto de valores de la incógnita x , el cual se llama **conjunto solución** de la inecuación. Este conjunto se puede representar mediante la notación de conjunto, intervalo o gráfica.

EJEMPLOS

1. El conjunto solución de la inecuación $-2 \cdot (3 - 4x) \geq 10x$ es

- A) $\{x \in \mathbb{R} / x \leq -3\}$
- B) $\{x \in \mathbb{R} / x \geq -3\}$
- C) $\left\{x \in \mathbb{R} / x \geq -\frac{1}{3}\right\}$
- D) $\left\{x \in \mathbb{R} / x \leq -\frac{1}{3}\right\}$
- E) $\left\{x \in \mathbb{R} / x \leq \frac{1}{3}\right\}$

2. El conjunto solución de la inecuación $\frac{3 - x}{2} \leq \frac{2 + x}{3}$ es

- A) $]1, +\infty[$
- B) $] -\infty, 1]$
- C) $[1, +\infty[$
- D) $[-1, +\infty[$
- E) $] -\infty, -1]$

3. El conjunto solución de la inecuación $-\frac{x}{3} - \frac{x}{2} > 8 - \frac{x}{6}$ es

- A) $] -12, +\infty[$
- B) $] -\infty, -12[$
- C) $] -\infty, -8[$
- D) $] -8, +\infty[$
- E) $] -\infty, -12]$

SISTEMAS DE INECUACIONES LINEALES CON UNA INCÓGNITA

Es un sistema formado por dos o más inecuaciones de primer grado con una incógnita. El conjunto solución del sistema es la intersección de los conjuntos de cada inecuación. Si S_1, S_2, \dots, S_n son los conjuntos solución de cada inecuación y S es el conjunto solución del sistema, entonces:

$$S = S_1 \cap S_2 \cap S_3 \dots \cap S_n$$

EJEMPLOS

1. El conjunto solución del sistema de inecuaciones $\left. \begin{array}{l} 1 - x \leq \frac{1}{2} \\ 3(5 - x) > 3 \end{array} \right\}$ es

- A) $\left\{x \in \mathbb{R} / \frac{1}{2} \leq x < 4\right\}$
- B) $\left\{x \in \mathbb{R} / \frac{1}{2} \leq x < 5\right\}$
- C) $\{x \in \mathbb{R} / x > 4\}$
- D) $\left\{x \in \mathbb{R} / x \leq \frac{1}{2}\right\}$
- E) \emptyset

2. El conjunto solución del sistema de inecuaciones $\left. \begin{array}{l} 3x + 1 \geq 7 \\ 5x - 2 \leq 8 \end{array} \right\}$ es

- A) $[2, +\infty[$
- B) $] -\infty, 2]$
- C) $[-2, 2]$
- D) $\{2\}$
- E) \emptyset

3. Al resolver el sistema $-2 \leq \frac{1-x}{2} + 3 \leq 2$ se obtiene como conjunto solución

- A) $[1, 9]$
- B) $] -\infty, 3]$
- C) $[3, 11]$
- D) $[11, +\infty[$
- E) \emptyset

PROBLEMAS DE INECUACIONES

En estos problemas aparecen expresiones que hay que traducir a los símbolos $>$, $<$, \geq o \leq , tales como: "a lo menos" (\geq), "cuando mucho" (\leq), "como mínimo" (\geq), "como máximo" (\leq), "sobrepasa" ($>$), "no alcanza" ($<$), etc. Una vez planteada la inecuación o sistema de inecuaciones, se determina el conjunto solución, y al igual que en los problemas de ecuaciones hay que fijarse en la pregunta del problema.

EJEMPLOS

1. Un artesano tiene x collares, vende 60 y le quedan más de la mitad. Tras esta venta, fabrica 5 collares más, vende 27 y le quedan menos de 40 collares. ¿Cuántos collares fabricó en total?
 - A) 120
 - B) 121
 - C) 125
 - D) 126
 - E) 127

2. ¿Cuántos números enteros cumplen simultáneamente con las dos condiciones siguientes?
 - I) El triple del número no supera su mitad, aumentada en 25 unidades.
 - II) El exceso del cuádruplo del número sobre 2 supera las 6 unidades.
 - A) 6
 - B) 7
 - C) 8
 - D) 9
 - E) 10

EJERCICIOS

1. ¿Cuál de las siguientes desigualdades es **falsa**?

- A) $-12 > -14$
- B) $0 > -\sqrt{9}$
- C) $-3^2 < -2^3$
- D) $(-4)^2 \geq (-2)^4$
- E) $-\frac{3}{4} > -\frac{5}{7}$

2. Si a, b son números reales y $b - a < 0$, ¿cuál de las siguientes desigualdades es **siempre** verdadera?

- A) $a > b$
- B) $a^2 > b^2$
- C) $b > a$
- D) $ab < 0$
- E) $4b < 2a$

3. La inecuación $3 - 2x \leq -7$ tiene como conjunto solución

- A) $\{x \in \mathbb{R} / x \leq 5\}$
- B) $\{x \in \mathbb{R} / x \geq -5\}$
- C) $\{x \in \mathbb{R} / x \geq 5\}$
- D) $\{x \in \mathbb{R} / x \geq -10\}$
- E) $\{x \in \mathbb{R} / x \leq -5\}$

4. El doctor le dice a Mónica que debe bajar por lo menos 10 kilos. Si el peso actual de Mónica es P_a y su peso ideal es P_i , ¿cuál de las siguientes desigualdades es siempre verdadera?

- A) $P_i > P_a - 10$
- B) $P_i \leq P_a - 10$
- C) $P_i \geq P_a - 10$
- D) $P_i < P_a - 10$
- E) $P_a \leq P_i - 10$

5. El conjunto solución de la inecuación $-3(1 - 3x) \leq 12x$ es

- A) $\left\{x \in \mathbb{R} / x \geq -\frac{1}{7}\right\}$
- B) $\{x \in \mathbb{R} / x \leq -1\}$
- C) $\{x \in \mathbb{R} / x \geq 1\}$
- D) $\left\{x \in \mathbb{R} / x \leq -\frac{1}{7}\right\}$
- E) $\{x \in \mathbb{R} / x \geq -1\}$

6. ¿Cuántos números naturales cumplen la condición: "el exceso del quintuplo del número sobre 4 es menor que 31"?

- A) 4
- B) 5
- C) 6
- D) 7
- E) 8

7. ¿Cuál de los siguientes intervalos es el conjunto solución de la inecuación $\frac{1 - 3x}{2} \geq \frac{1 - 2x}{3}$?

- A) $\left[\frac{1}{13}, +\infty[\right.$
- B) $]-\infty, \frac{1}{5}]$
- C) $]-\infty, \frac{1}{13}]$
- D) $\left[\frac{1}{5}, +\infty[\right.$
- E) $]-\infty, -\frac{1}{13}]$

8. Al resolver la inecuación $-\frac{x}{4} + \frac{x}{8} \leq 3 - \frac{x}{8}$ se obtiene como conjunto solución

- A) $\{x \in \mathbb{R} / x \geq -12\}$
- B) $\{x \in \mathbb{R} / x \leq -12\}$
- C) $\{x \in \mathbb{R} / x \leq 12\}$
- D) \mathbb{R}
- E) \emptyset

9. Al resolver el sistema $\left. \begin{array}{l} 1 - x \geq -0,5 \\ \frac{x}{3} + \frac{x}{2} < 5 - \frac{x}{6} \end{array} \right\}$ se obtiene como conjunto solución

- A) $[\frac{3}{2}, 5[$
- B) $[\frac{1}{2}, 5 [$
- C) $] -\infty, \frac{3}{2}]$
- D) $] -\infty, 5 [$
- E) $[\frac{3}{2}, \frac{15}{2} [$

10. Se desea confeccionar un marco rectangular cuyo perímetro sea menor a 120 cm, pero no menor que 90 cm. Si el largo es el doble del ancho, ¿entre qué valores, en cm, variará el ancho k?

- A) $15 \leq k < 20$
- B) $15 \leq k \leq 20$
- C) $30 \leq k \leq 40$
- D) $30 \leq k < 40$
- E) $45 \leq k < 60$

11. El conjunto solución del sistema $\left. \begin{array}{l} \frac{x+3}{2} < 5 \\ 2 - \frac{2x}{7} \leq 0 \end{array} \right\}$ es

- A) $] -\infty, 7[$
- B) $[7, +\infty[$
- C) $\{7\}$
- D) \emptyset
- E) \mathbb{R}

12. ¿Cuántos números enteros cumplen simultáneamente con las dos condiciones siguientes?

- I) El doble del número, más 1 es mayor que 3.
- II) El triple del número, más 2 no es mayor que 23.

- A) 4
- B) 5
- C) 6
- D) 7
- E) Infinitos

13. El IMC es la razón entre la masa corporal y el cuadrado de la estatura de una persona, respectivamente. Diversos estudios realizados, han concluido que el grupo de mejor salud corresponde a un IMC comprendido entre 20 y $25 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$. Si una persona mide 1,5 m, para ser considerada saludable, su masa corporal deberá estar entre
- A) 30 y 37,5 kg
 B) 30 y 56,25 kg
 C) 40 y 50 kg
 D) 45 y 56,25 kg
 E) 45 y 55 kg
14. Un comerciante compra una partida de 130 camisas por un total de \$ 500.000. Vende al detalle 50 de estas camisas a \$ 6.000 cada una. ¿Cuál es el menor precio al que debe vender cada una de las camisas restantes si quiere obtener, como mínimo, un 30% de ganancia?
- A) \$ 2.500
 B) \$ 3.250
 C) \$ 3.750
 D) \$ 4.325
 E) \$ 4.375
15. La señora X pesa 20 kilos más que su esposo Y y el doble que su hijo Z. Si entre los tres pesan a lo menos 180 kilos, ¿cuál es el peso mínimo del señor Y?
- A) 60 kilos
 B) 50 kilos
 C) 40 kilos
 D) 30 kilos
 E) 20 kilos

RESPUESTAS

Ejemplos Págs.	1	2	3
1	E	D	
2	A	C	B
3	A	D	C
4	D	C	

CLAVES PÁG. 5

1. E 5. E 9. C 13. D
 2. A 6. C 10. A 14. E
 3. C 7. B 11. D 15. A
 4. B 8. D 12. C