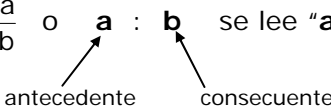


RAZONES - PROPORCIONES - PORCENTAJES

RAZÓN entre dos números es la comparación de éstos mediante un cociente.

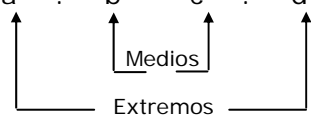
Notación $\frac{a}{b}$ o **a : b** se lee "**a** es a **b**"


Ej.: La edad de Camila es 10 años y la de su hermana Daniela es 20 años. ¿En qué razón están las edades de Camila y Daniela?

Solución: $\frac{10}{20} = \frac{1}{2}$

Respuesta: Están en la razón $\frac{1}{2}$ ó 1 : 2

PROPORCIÓN es una igualdad entre dos razones.

Notación $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ o **a : b = c : d** y se lee "**a** es a **b** como **c** es a **d**"


PROPIEDAD FUNDAMENTAL

En toda proporción el producto de los medios es igual al producto de los extremos.

Es decir:

$\frac{a}{c} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$

Ej.: $\frac{x+1}{3} = \frac{2x-5}{2} \Rightarrow 2(x+1) = 3(2x-5)$
 $2x + 2 = 6x - 15$
 $17 = 4x \Rightarrow x = \frac{17}{4}$

EJERCICIOS

- Si las edades de Miguel y Juan son 35 y 21 años respectivamente, entonces indica la razón entre las edades de Juan y Miguel
- Calcula el valor de x en cada una de las siguientes proporciones:

a. $\frac{x-7}{x+4} = \frac{2}{3}$

b. $2 : (x + 1) = 3 : (x - 1)$

PROPORCIONALIDAD DIRECTA

Dos variables son directamente proporcionales si su cociente es constante.

Observación: Si una variable aumenta (disminuye), la otra también aumenta (disminuye) en la misma proporción.

El gráfico de una proporcionalidad directa corresponde a una **línea recta** que **pasa por el origen** (fig. 1)

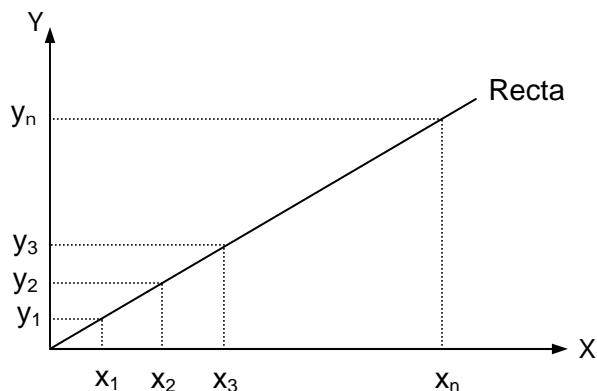


Fig. 1

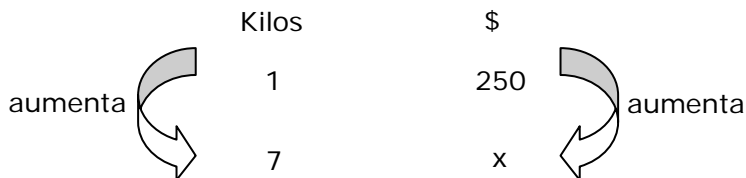
Ej.:

Kilos de manzanas	Precio (\$)	Precio : Kilos
1	250	$250 : 1 = 250$
2	500	$500 : 2 = 250$
3	750	$750 : 3 = 250$
...
10	2500	$2500 : 10 = 250$

En la tabla se puede observar:

- Que cuando 1 kilo de manzanas aumenta al doble, al triple, etc., el precio también aumenta al doble, al triple, etc., respectivamente.
- Que los cocientes entre el precio y la cantidad de kilos de manzanas correspondientes a ese precio es constante.

Si se desea saber el precio de 7 kilos de manzanas con respecto a la tabla anterior, se debe ordenar los datos de la siguiente manera:



Como las dos cantidades aumentan, son directamente proporcionales, por lo tanto se multiplica cruzado y se igualan los productos:

$$1 \cdot x = 250 \cdot 7 \Rightarrow x = \$1750$$

PROPORCIONALIDAD INVERSA

Dos variables son inversamente proporcionales si su producto es constante.

Observación: Si una variable aumenta, la otra disminuye en la misma proporción y viceversa.

El gráfico de una proporcionalidad inversa corresponde a una hipérbola equilátera (fig. 2)

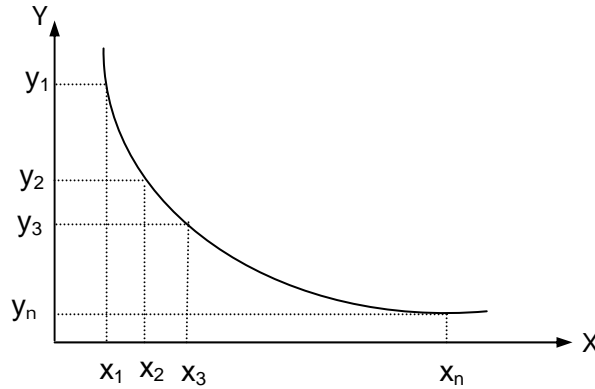


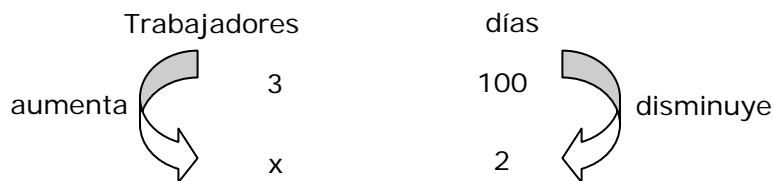
Fig. 2

Ej.: La siguiente tabla muestra los días que empleó un cierto número de trabajadores en realizar un trabajo.

Trabajadores	Tiempo (días)	Trabajo · Tiempo
3	100	$3 \cdot 100 = 300$
5	60	$5 \cdot 60 = 300$
6	50	$6 \cdot 50 = 300$
...
15	20	$15 \cdot 20 = 300$

En tabla se puede observar:

- Que cuando el número de trabajadores aumenta al doble, al triple, etc., el número de días disminuye a la mitad, a la tercera parte, etc., respectivamente.
- Que los productos entre el número de trabajadores y el tiempo es constante.
- Con respecto a la tabla anterior, ¿cuántos trabajadores se necesitarán para que realicen el trabajo en 25 días?



Como una cantidad disminuye y la otra aumenta, son inversamente proporcionales, por lo tanto se multiplican los términos que están en una misma fila y luego se igualan los productos:

$$3 \cdot 100 = 2 \cdot x \Rightarrow x = 150 \text{ trabajadores}$$

EJERCICIOS

1. Por el revelado de un rollo fotográfico de 36 fotos se cobra \$3.000. ¿Cuánto se cobrará por revelar un rollo de 24 fotos?
2. 10 excursionistas tienen víveres para 6 días. Si se agregan 2 excursionistas, ¿para cuántos días alcanzarán los mismos víveres?
3. Un auto demora 6 horas en recorrer una distancia a una rapidez de $80 \frac{\text{km}}{\text{hr}}$. Si se desea que demora 4 horas en el mismo trayecto, ¿a qué rapidez debe viajar?
4. En un mapa 25 mm corresponde a 200 kilómetros. ¿A cuántos kilómetros corresponden 5 mm en el mapa?
5. Una llave llena un estanque en 12 horas. ¿En cuánto tiempo llenarán el estanque 4 llaves iguales a la anterior?

6. Completa las siguientes tablas para que las cantidades, ubicadas en las columnas A y B, sean directamente proporcionales.

a)

A	B
0,1	
0,2	
0,3	30
	40

b)

A	B
2^2	16
	64
2^5	
2^{-1}	

7. Completa las siguientes tablas para que las cantidades ubicadas en las columnas A y B sean inversamente proporcionales.

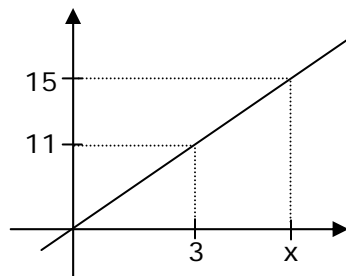
a)

A	B
2	5
3	
4	$\frac{5}{2}$
5	

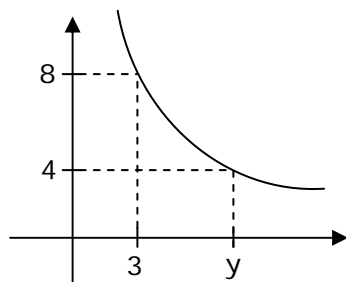
b)

A	B
$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{5}$
2	0,1
1	
	0,4

8. El siguiente gráfico representa una proporcionalidad directa. ¿Cuál es el valor asignado a x?



9. El siguiente gráfico representa una proporcionalidad inversa. ¿Cuál es el valor asignado a y?



PORCENTAJE

$$a\% = \frac{a}{100}$$

Ejs.: 1) El 3% de p = $\frac{3}{100} \cdot p$ 2) El t% de 5 = $\frac{t}{100} \cdot 5$ 3) El a% de n = $\frac{a}{100} \cdot n$

EJERCICIOS

Completa

1. El 8% de 7 =
2. El m% de 19 =
3. El p% de q =
4. El $\frac{p}{q}\%$ de $\frac{a}{b}$ =

Tanto por ciento	Fracción	Decimal
12,5%	$\frac{1}{8}$	0,125
37,5%	$\frac{3}{8}$	0,375
$33\frac{1}{3}\% = 33,\bar{3}\%$	$\frac{1}{3}$	$0,\bar{3}$
$66\frac{2}{3}\% = 66,\bar{6}\%$	$\frac{2}{3}$	$0,\bar{6}$

1. ¿Cuál es el 28% de 300?

2. ¿De qué número, 15 es el 30%?

3. ¿Cuál es el $66,\bar{6}$ % de 30?

4. ¿De qué cantidad, 8 es el t%?

5. ¿Cuál es el 3,7% de 14000?

6. ¿De qué número, m es el $(c + d)$ %?

7. ¿Qué porcentaje es c de $(a + b)$?

8. ¿A cuánto es igual el 12% de 90, más el 5% de 90 y más el 8% de 90?

9. ¿A cuánto es igual el 2% del 3% del 4% de 1.000.000?

**CLAVES MATERIAL N° 014
TALLER DE REFORZAMIENTO N° 2**

RAZONES - PROPORCIONES - PORCENTAJES

EJERCICIOS PÁGINA 1

1. 29
2. -5

EJERCICIOS PÁGINA 4

1. 2.000
2. 5
3. $120 \frac{\text{km}}{\text{hr}}$
4. 40
5. 3 hr

EJERCICIOS PÁGINA 5

6. a) $A = 0,4$; $B = 10$ y $B = 20$ b) $A = 16$, $B = 128$ y $B = 2$
7. a) $B = \frac{10}{3}$ y $B = 2$ b) $A = \frac{1}{2}$ y $B = 0,2$
8. $4,0\overline{9}$
9. 6

EJERCICIOS PÁGINA 6

1. 0,56
2. $\frac{19\text{m}}{100}$
3. $\frac{\text{pq}}{100}$
4. $\frac{\text{ap}}{100\text{bq}}$

EJERCICIOS PÁGINA 7

1. 84

2. 50

3. 20

4. $\frac{800}{t}$

5. 518

6. $\frac{100m}{c+d}$

7. $\frac{100c}{a+b}$

8. 22,5

9. 24