MATERIAL N° 003-I

GUÍA TEÓRICO PRÁCTICA Nº 3

UNIDAD: NÚMEROS Y PROPORCIONALIDAD

NÚMEROS RACIONALES

1. NÚMEROS RACIONALES

Los números racionales son todos aquellos números de la forma $\frac{a}{b}$ con a y b números enteros y b distinto de cero. El conjunto de los números racionales se representa por la letra $\mathbb{Q}$.

$$\mathbf{Q} = \left\{ \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}} \;/\; \mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbf{Z} \;\; \mathbf{y} \;\; \mathbf{b} \neq \mathbf{0} \right\}$$

2. IGUALDAD ENTRE NÚMEROS RACIONALES

$$\textbf{Sean } \frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in \mathbf{Q}. \textbf{ Entonces, } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Longleftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

EJEMPLOS

1. ¿Cuál(es) de las siguientes expresiones representa(n) un número racional?

   I) $\frac{3}{-4}$
   II) 0
   III) $\frac{8}{0}$

   A) Sólo I
   B) Sólo II
   C) Sólo I y II
   D) Sólo I y III
   E) Todas ellas

2. Si $\frac{a}{b} = \frac{-3}{4}$, entonces se puede concluir que

   A) a = -3 y b = 4
   B) a = 3 y b = -4
   C) a = -6 y b = 8
   D) 3b = -4a
   E) 4a = 3b

ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

Si $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$, entonces :

$$\boxed{\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}} \pm \frac{\mathbf{c}}{\mathbf{d}} = \frac{\mathbf{ad \pm bc}}{\mathbf{bd}}}$$

OBSERVACIONES

1. El inverso aditivo (u opuesto) de $\frac{a}{b}$ es $-\frac{a}{b}$, el cual se puede escribir también como $\frac{-a}{b}$ o $\frac{a}{-b}$

2. El número mixto $A\frac{b}{c}$ se transforma a fracción con la siguiente fórmula:

$$\boxed{\mathbf{A}\frac{\mathbf{b}}{\mathbf{c}} = \frac{\mathbf{A \times c + b}}{\mathbf{c}}}$$

EJEMPLOS

1. Si T = $-2\frac{1}{2}$ y S = $-4\frac{3}{4}$, entonces S – T =

A) $-7\frac{1}{4}$

B) $-2\frac{1}{4}$

C) $-1\frac{1}{4}$

D) $2\frac{1}{4}$

E) $7\frac{1}{4}$

2. Si $\frac{a}{b}$ es el inverso aditivo de $(-\frac{a}{b})$, entonces el inverso aditivo del número que resulta al restar la unidad a la mitad de la unidad es

A) $-\frac{3}{2}$

B) $-\frac{1}{2}$

C) 0

D) $\frac{3}{2}$

E) $\frac{1}{2}$

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

Si $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$, entonces :

MULTIPLICACIÓN : $\boxed{\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}}$

DIVISIÓN : $\boxed{\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc} \ , \ c \neq 0}$

OBSERVACIÓN

El inverso multiplicativo (o recíproco) de $\frac{a}{b}$ es $\left[\frac{a}{b}\right]^{-1} = \frac{b}{a}$, con $a \neq 0$

EJEMPLOS

1. $\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right] : \left[\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{3} - \frac{1}{2}\right] =$

A) -1
B) $-\frac{4}{5}$
C) $-\frac{1}{36}$
D) $\frac{4}{5}$
E) 1

2. El inverso multiplicativo de $\left[\frac{1}{2} - \frac{3}{4} : \frac{5}{6}\right]$ es

A) $-\frac{10}{3}$
B) $-\frac{5}{2}$
C) $-\frac{3}{10}$
D) $\frac{3}{10}$
E) $\frac{2}{5}$

RELACIÓN DE ORDEN EN $\mathbb{Q}$

Sean $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ $\in \mathbb{Q}$ y b , d $\in \mathbb{Z}^+$. Entonces : $\frac{a}{b} \geq \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad \geq bc$

OBSERVACIONES

1. Para comparar números racionales, también se pueden utilizar los siguientes procedimientos:

   a) igualar numeradores.
   b) igualar denominadores.
   c) convertir a número decimal.

2. Entre dos racionales cualesquiera hay infinitos racionales.

EJEMPLOS

1. El orden creciente de los números: $a = \frac{12}{5}$, $b = \frac{12}{9}$, $c = \frac{12}{7}$ es

   A) a, b, c
   B) b, c, a
   C) c, b, a
   D) a, c, b
   E) c, a, b

2. El orden decreciente de los números $w = \frac{12}{3}$, $x = \frac{5}{3}$, $z = \frac{7}{3}$ es

   A) w, x, z
   B) x, z, w
   C) w, z, x
   D) x, w, z
   E) z, w, x

3. El orden creciente de los números $a = \frac{7}{8}$, $b = \frac{11}{12}$, $c = \frac{9}{10}$ es

   A) a, b, c
   B) b, a, c
   C) c, a, b
   D) a, c, b
   E) b, c, a

NÚMEROS DECIMALES

Al efectuar la división entre el numerador y el denominador de una fracción, se obtiene un desarrollo decimal, el cuál puede ser finito, infinito periódico o infinito semiperiódico.

a) **Desarrollo decimal finito**: Son aquellos que tienen una cantidad limitada de cifras decimales.

Ejemplo: $\underbrace{0,425}_{\text{tiene 3 cifras decimales}}$

b) **Desarrollo decimal infinito periódico**: Son aquellos que están formados por la parte entera y el período.

parte entera

Ejemplo: $0,444.... = 0,\overline{4}$

período

c) **Desarrollo decimal infinito semiperiódico**: Son aquellos que están formados por la parte entera, un anteperíodo y el período.

parte entera

anteperíodo

Ejemplo: $24,42323 ... = 24,4\overline{23}$

período

EJEMPLOS

1. ¿Cuál de las siguientes fracciones al dividirlas dan como resultado un desarrollo decimal infinito semiperiódico?

A) $\frac{3}{10}$

B) $\frac{1}{3}$

C) $\frac{2}{5}$

D) $\frac{1}{30}$

E) $\frac{0}{4}$

2. $\frac{1}{10} + \frac{4}{5} + \frac{1}{5} =$

A) 1,1
B) 0,6
C) 0,3
D) 0,2
E) 0,11

OPERATORIA CON NÚMEROS DECIMALES

1. **Adición o sustracción de números decimales:** Para sumar o restar números decimales se ubican las cantidades enteras bajo las enteras, las comas bajo las comas, la parte decimal bajo la decimal y a continuación se realiza la operatoria respectiva.

   Así por ejemplo:
$$\begin{array}{r} 0{,}19 \\ 3{,}81 \\ +\ 22{,}2 \\ \hline 26{,}20 \end{array}$$

2. **Multiplicación de números decimales:** Para multiplicar dos o más números decimales, se multiplican como si fueran números enteros, ubicando la coma en el resultado final, de derecha a izquierda, tantos lugares decimales como decimales tengan los números en conjunto.

   Así por ejemplo:
$$\begin{array}{l} \underline{3{,}21} \cdot 2{,}3 \\ \ \ \ 963 \\ \ 642 \\ \hline 7{,}383 \end{array}$$

3. **División de números decimales:** Para dividir números decimales, se puede transformar el dividendo y el divisor en números enteros amplificando por una potencia en base 10.

   Así por ejemplo: 2,24 : 1,2 se amplifica por 100
   224 : 120 y se dividen como números enteros

EJEMPLOS

1. $(0{,}75 - 0{,}3) \cdot 5 =$

   A) 0,45
   B) 2,25
   C) 0,225
   D) 3,45
   E) 225

2. $0{,}06 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}1 =$

   A) 0,0030
   B) 0,0003
   C) 0,00003
   D) 0,0000003
   E) 0,00012

3. Si al doble de 2,4 se le resta el triple de 3,2, entonces resulta

   A) 4,8
   B) 5,2
   C) 14,4
   D) -4,8
   E) -5,2

TRANSFORMACIÓN DE DECIMAL A FRACCIÓN

1. **Decimal finito:** Se escribe en el numerador todos los dígitos que forman el número decimal y en el denominador una potencia de 10 con tantos ceros como cifras decimales tenga dicho número.

   Por ejemplo: $3{,}24 = \dfrac{324}{100}$

2. **Decimal infinito periódico:** Se escribe en el numerador la diferencia entre el número decimal completo (sin considerar la coma) y el número formado por todas las cifras que anteceden al período y en el denominador tantos nueves como cifras tenga el período.

   Por ejemplo: $2{,}\overline{15} = \dfrac{215-2}{99}$

3. **Decimal infinito semiperiódico:** Se escribe en el numerador la diferencia entre el número completo (sin considerar la coma) y el número formado por todas las cifras que anteceden al período y en el denominador se escriben tantos nueves como cifras tenga el período, seguido de tantos ceros como cifras tenga el anteperíodo.

   Por ejemplo: $5{,}3\overline{4} = \dfrac{534-53}{90}$

EJEMPLOS

1. $0{,}\overline{6} - 0{,}\overline{45} =$

   A) $0{,}\overline{15}$
   B) $0{,}1\overline{5}$
   C) $0{,}1\overline{6}$
   D) $0{,}2\overline{1}$
   E) $0{,}\overline{21}$

2. $(1{,}555\ldots - 0{,}222\ldots)^2 =$

   A) $1{,}\overline{27}$
   B) $1{,}\overline{3}$
   C) $1{,}\overline{7}$
   D) $2{,}\overline{6}$
   E) $2{,}\overline{8}$

3. Al ordenar en forma creciente los números $x = 0{,}03\overline{5}$, $y = 0{,}0\overline{35}$, $z = 0{,}\overline{035}$ y $w = 0{,}035$, se obtiene

   A) x, w, y, z
   B) x, y, z, w
   C) w, z, x, y
   D) w, z, y, x
   E) w, x, y, z

POTENCIA DE EXPONENTE ENTERO NEGATIVO

$$\mathbf{a^{-n} = \frac{1}{a^n}}\ ,\ \mathbf{a} \in \mathbb{Q} - \{0\}\ \mathbf{y}\ \mathbf{n} \in \mathbb{Z}$$

POTENCIAS DE BASE 10

$10^0 = 1$ $\qquad$ $10^{-1} = \frac{1}{10} = 0,1$

$10^1 = 10$ $\qquad$ $10^{-2} = \frac{1}{100} = 0,01$

$10^2 = 100$ $\qquad$ $10^{-3} = \frac{1}{1000} = 0,001$

$10^3 = 1000$

.

.

.

Las potencias de base 10 se utilizan para escribir un número de las siguientes formas:

1. Un número está escrito en **notación científica** si se escribe de la forma $\mathbf{k} \cdot \mathbf{10^n}$, en que $\mathbf{1} \leq \mathbf{k} < \mathbf{10}$ y $\mathbf{n} \in$ Z.
2. Un número está escrito en **forma abreviada**, si se escribe de la forma $\mathbf{p} \cdot \mathbf{10^n}$, en que **p** es el menor entero y $\mathbf{n} \in$ Z.
3. Un número esta inscrito en **notación ampliada o desarrollada** si se expresa como la suma de las cantidad que resulten de multiplicar cada dígito de dicho número por la potencia de diez correspondiente a su posición (... centena, decena, unidad, décima, centécima ...)
abc,de = $a \cdot 10^2 + b \cdot 10^1 + c \cdot 10^0 + d \cdot 10^{-1} + e \cdot 10^{-2}$

EJEMPLOS

1. Transformar cada uno de los números del cuadro según lo que se indica

NÚMERO	NOTACIÓN CIENTÍFICA	FORMA ABREVIADA	NOTACIÓN AMPLIADA O DESARROLLADA
15.100			
0,049			

2. $\frac{0,0024}{0,000012} =$

A) 0,2
B) 0,02
C) 0,002
D) $2 \cdot 10^{-10}$
E) $2 \cdot 10^{2}$

3. $\frac{0,002 \cdot 0,36}{3 \cdot 10^{-2}} =$

A) $24 \cdot 10^{-3}$
B) $12 \cdot 10^{-3}$
C) $24 \cdot 10^{-7}$
D) $72 \cdot 10^{-3}$
E) $2,4 \cdot 10^{-3}$

EJERCICIOS

1. Si $a = \frac{1}{3}$, entonces $\frac{-5}{a^{-1}} + \frac{5}{a^{-2}} =$

A) 30
B) $\frac{9}{2}$
C) $\frac{20}{9}$
D) $-\frac{10}{9}$
E) $-\frac{15}{2}$

2. Si $a = 2\frac{1}{2}$, $b = \frac{2}{3}$ y $c = \frac{1}{6}$, entonces $a + \frac{b}{a - c} =$

A) $3\frac{5}{18}$
B) $2\frac{1}{2}$
C) $2\frac{11}{14}$
D) $1\frac{4}{5}$
E) $1\frac{5}{14}$

3. Si $a = \frac{4}{5}$, $b = \frac{7}{9}$ y $c = \frac{6}{7}$, entonces ¿cuál(es) de las siguientes expresiones es(son) verdadera(s)?

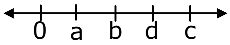
I) $a < b$
II) $b < c$
III) $c > a$

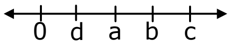
A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo I y II
E) Sólo II y III

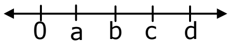
4. Los siguientes números:

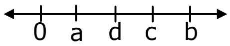
$a = 0{,}1$; $b = 0{,}2$; $c = a + b$; $d = a \cdot b$

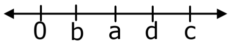
quedan mejor representados en la recta numérica por

A) 

B) 

C) 

D) 

E) 

5. $(1{,}\overline{6} - 0{,}\overline{3})^2 =$

A) $1{,}\overline{27}$
B) $1{,}\overline{3}$
C) $1{,}\overline{7}$
D) $2{,}\overline{6}$
E) $2{,}\overline{8}$

6. $1{,}8 \cdot \dfrac{1{,}\overline{9} \cdot 0{,}\overline{9}}{0{,}0\overline{9}} =$

A) 36
B) 34,2
C) 18
D) 3,6
E) 0,36

7. Al ordenar en forma decreciente los números $a = 1{,}05\overline{4}$, $b = 1{,}0\overline{54}$, $c = 1{,}\overline{054}$ y $d = 1{,}054$, se obtiene

A) d, a, c, b
B) d, c, a, b
C) b, a, d, c
D) b, c, a, d
E) b, a, c, d

8. Si la distancia máxima de Neptuno al Sol es 4.537.000.000 km, ¿cuál de las alternativas indica este valor expresado en notación científica?

A) $0,4537 \cdot 10^{10}$
B) $4,537 \cdot 10^{-9}$
C) $45,37 \cdot 10^{-8}$
D) $45,37 \cdot 10^{9}$
E) $4,537 \cdot 10^{9}$

9. Si se escribe el número 0,000273 en la forma $2,73 \cdot 10^{n}$, entonces el valor de **n** es

A) -6
B) -5
C) -4
D) -3
E) 4

10. Si $0,02 = 20 \cdot 10^{a}$; $0,15 = 1,5 \cdot 10^{b}$ y $0,10 = 10 \cdot 10^{c}$, entonces $a + b + c =$

A) -3
B) -4
C) -5
D) -6
E) -7

11. Si $x = 0,01$; $y = 0,00001$; $z = 0,0001$, entonces $\dfrac{x \cdot z}{y} =$

A) 0,0001
B) 0,001
C) 0,01
D) 0,1
E) 1

12. $\left(\dfrac{0,036}{0,2}\right)^2 \cdot \left(\dfrac{0,0036}{0,04}\right)^{-2} =$

A) 2
B) 4
C) $2 \cdot 10^{-10}$
D) $4 \cdot 10^{-20}$
E) $4 \cdot 10^{-10}$

13. Si $0,\overline{3} = 3 \cdot 9^a$; $0,0\overline{3} = 3^{-1} \cdot 10^b$ y $0,00\overline{3} = 3^{-1} \cdot 10^c$, entonces $a + b + c$ es igual a

A) -3
B) -4
C) -5
D) -6
E) -7

14. Si **n** es un número tal que $-2,3 < n < 11,1$, entonces $3n - 3,3$ se encuentra entre los números

A) -6,9 y 33,3
B) -5,6 y 7,8
C) -3,6 y 36,6
D) -5,2 y 25
E) -10,2 y 30

15. Un frasco lleno de duraznos pesa 960 gr. El mismo frasco con la mitad del contenido pesa 560 gr. ¿Cuánto pesa el frasco?

A) 160 gr
B) 180 gr
C) 200 gr
D) 250 gr
E) 400 gr

16. Se pagan \$24.000 que corresponden a los $\frac{3}{8}$ de una deuda, al mes siguiente se pagan los $\frac{4}{5}$ del resto de la deuda. ¿Cuánto queda por pagar?

A) \$ 3.000
B) \$ 8.000
C) \$ 9.600
D) \$12.000
E) \$32.000

17. Una pelota de tenis rebota hasta los $\frac{2}{3}$ de la altura que se deja caer. Si la soltamos desde una altura de 27 metros, ¿cuál es la distancia que recorre esta pelota, hasta que toca el suelo por tercera vez?

A) 103 m
B) 87 m
C) 63 m
D) 60 m
E) 45 m

18. ¿Cuál(es) de la(s) siguientes proposiciones es(son) verdadera(s)?

I) Al dividir un número natural por un decimal entre 0 y 1 el resultado es mayor que el número.
II) Al multiplicar dos números entre 0 y 1, el producto es menor que ambos números.
III) $0{,}27 = 2{,}7 \cdot 10^{-2}$

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo I y II
E) Sólo II y III

19. Se puede afirmar que $2{,}37 < M < 5{,}11$ si:

(1) $2{,}4 < M$

(2) $M < 48 \cdot 10^{-1}$

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

20. Un teatro tiene vendidas $\frac{5}{6}$ de sus localidades. ¿Cuántas localidades tiene el teatro?

(1) Faltan por venderse 150 localidades.

(2) $\frac{1}{6}$ de las localidades no fueron vendidas.

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

RESPUESTAS

Págs. \ Ejemplos	1	2	3
1	C	D	
2	B	E	
3	A	B	
4	B	C	D
5	D	A	
6	B	A	D
7	E	C	D
8		E	A

CLAVES PÁG. 9

1. D	6. A	11. D	16. B
2. C	7. E	12. B	17. B
3. E	8. E	13. B	18. D
4. B	9. C	14. E	19. C
5. C	10. D	15. A	20. A

PÁG.8 Ej.1

NOTACIÓN CIENTÍFICA	FORMA ABREVIADA	NOTACIÓN AMPLIADA O DESARROLLADA
$1{,}51 \cdot 10^{4}$	$151 \cdot 10^{2}$	$1 \cdot 10^{4} + 5 \cdot 10^{3} + 1 \cdot 10^{2}$
$4{,}9 \cdot 10^{-2}$	$49 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-2} + 9 \cdot 10^{-3}$