

UNIDAD: NÚMEROS Y PROPORCIONALIDAD
NÚMEROS IRRACIONALES Y REALES

NÚMEROS IRRACIONALES (I, Q')

Son aquellos números decimales infinitos **no** periódicos.

Los números $\pi = 3,141592 \dots$, $\sqrt{2} = 1,414213 \dots$ son ejemplos de números irracionales.

OBSERVACIÓN: La definición y algunas propiedades de las raíces cuadradas, para **a** y **b** números reales no negativos, son:

DEFINICIÓN: $\sqrt{a} = b \Leftrightarrow b^2 = a$

PROPIEDADES

1. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ 2. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ 3. $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$

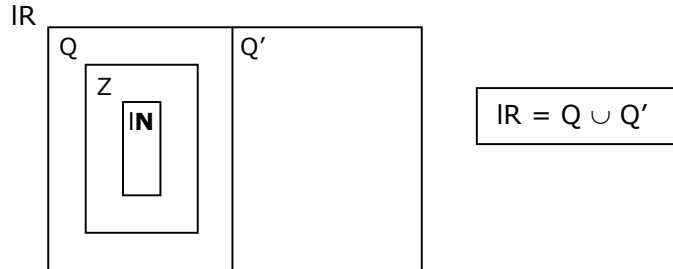
EJEMPLOS

1. ¿Cuál de los siguientes números es irracional?
 - A) $\sqrt{4}$
 - B) $\sqrt{9}$
 - C) $\sqrt{16}$
 - D) $\sqrt{27}$
 - E) $\sqrt{0,25}$

2. Si $a > 2$ y $b > 3$, entonces ¿cuál(es) de las siguientes proposiciones es(son) **siempre** verdadera(s)?
 - I) \sqrt{ab} es irracional, si $a = 5$ y b es múltiplo de 5.
 - II) \sqrt{ab} es irracional, si a es múltiplo de b .
 - III) \sqrt{ab} es irracional, si b es múltiplo de a .
 - A) Sólo I
 - B) Sólo III
 - C) Sólo I y II
 - D) Sólo II y III
 - E) Ninguna de las anteriores

NÚMEROS REALES (IR)

La unión del conjunto de los racionales (Q) y los irracionales (Q') genera el conjunto de los números reales el cual se expresa como IR.



OPERATORIA EN IR

1. Los números racionales cumplen con la propiedad de clausura para sus cuatro operaciones básicas. Es decir, el resultado de una operación entre racionales es **SIEMPRE** otro número racional.
2. Los números irracionales (**Q'**) **NO** cumplen con la propiedad de clausura, es decir la operación entre irracionales entrega un resultado que puede ser racional o irracional dependiendo de los números.
3. Por otra parte la operación entre un número racional (**Q**) y un irracional (**Q'**) da como resultado un irracional, **EXCEPTUÁNDOSE** la multiplicación y la división por cero.

OBSERVACIÓN

No son números reales las expresiones de la forma $\sqrt[n]{a}$, con $a < 0$ y n par.

EJEMPLOS

1. $\sqrt{0,3 \cdot \frac{1}{3}} \cdot \sqrt{0,9} =$

- A) $\sqrt{0,9}$
- B) $0,3$
- C) $\sqrt{0,09}$
- D) $0,1$
- E) $\sqrt{0,01}$

2. Si q es un número racional distinto de 0 y q' es un número irracional, ¿cuál(es) de los siguientes números es(son) **siempre** irracional(es)?

- I) $q^2 \cdot q'$
- II) $q'^2 \cdot q$
- III) $(q + q') \cdot (q - q')$

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo I y II
- D) Sólo II y III
- E) Ninguno de ellos

APROXIMACIONES

Frecuentemente conviene **redondear** o **truncar** un número, dejando una **aproximación** con menos cifras significativas, de las que tiene originalmente

1. REDONDEO

Para **redondear** un número decimal finito o infinito se agrega 1 al último dígito que se conserva (redondeo por **exceso**), si el primero de los dígitos eliminados es mayor o igual a 5; si la primera cifra a eliminar es menor que 5, el último dígito que se conserva se mantiene (redondeo por **defecto**). Por lo tanto, como ejemplos, al redondear a la centésima los números 8,346 y 1,3125 se obtiene 8,35 y 1,31, respectivamente.

2. TRUNCAMIENTO

Para **truncar** un número decimal se consideran como ceros las cifras ubicadas a la derecha de la última cifra a considerar.

De esta manera, como ejemplo, si se trunca a las centésimas el número 5,7398 resulta 5,73.

ESTIMACIONES

Realizar un cálculo estimativo, consiste en efectuarlo con cantidades aproximadas por redondeo a las dadas, reemplazando dígitos distintos de ceros, dejando la cantidad de cifras significativas que se indique (lo que habitualmente es una cifra).

Así por ejemplo, bajo esta regla, si se desea estimar el resultado de la multiplicación: $5.714 \cdot 0,98 \cdot 2,41$ redondeando cada número a una cifra significativa obtendremos $6.000 \cdot 1 \cdot 2 = 12.000$ lo que redondeando a una cifra significativa es 10.000.

EJEMPLOS

- Al redondear a la milésima el número 4,5387, resulta
 - 4,5
 - 4,54
 - 4,538
 - 4,539
 - 5
- Al truncar a la centésima el número 3,6765, resulta
 - 3,6
 - 3,67
 - 3,68
 - 3,676
 - 3,677
- ¿Cuánto dinero se estima que necesita una dueña de casa para comprar 4,8 kgs de pan, si el kg cuesta \$620?
 - \$3.000
 - \$2.976
 - \$2.970
 - \$2.900
 - \$2.000

EJERCICIOS

- Es FALSO afirmar que:
 - 3 es un número entero
 - 0 es un número racional
 - $-\sqrt{5}$ es un número real
 - 11 es un número natural
 - $\sqrt{-9}$ es un número irracional

- Si $a = \sqrt{3}$ y $b = \sqrt{12}$, ¿cuál de los siguientes números no es racional?
 - $\frac{b}{a}$
 - $\frac{a}{b}$
 - $a \cdot b$
 - $a + b$
 - $a^2 + b^2$

- Si $\sqrt{2}$ es aproximadamente 1,4142, entonces $\sqrt{0,08} =$
 - 0,028284
 - 0,14142
 - 0,28284
 - 0,56568
 - 2,8284

- ¿Cuál(es) de los siguientes enunciados es(son) **siempre** verdadero(s), con $n \neq 0$?
 - $m - n\sqrt{2}$ es irracional si **m** y **n** son reales.
 - $m - n\sqrt{2}$ es irracional si **m** y **n** son racionales.
 - $m - n\sqrt{2}$ es real si **m** y **n** son racionales.
 - Sólo I
 - Sólo II
 - Sólo III
 - Sólo II y III
 - I, II y III

5. El orden creciente de los números $s = 2\sqrt{13}$, $t = 4\sqrt{3}$ y $r = 5\sqrt{2}$ es

- A) s, t, r
- B) t, r, s
- C) t, s, r
- D) s, r, t
- E) r, s, t

6. ¿Cuál(es) de las siguientes expresiones es(son) verdadera(s)?

- I) $\sqrt{11} < 2\sqrt{3} < 4$
- II) $3\sqrt{2} < \sqrt{19} < 2\sqrt{5}$
- III) $2\sqrt{2} < \sqrt{7} < 3$

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo I y II
- D) Sólo II y III
- E) I, II y III

7. ¿Cuál(es) de las siguientes expresiones representa(n) un número real?

- I) $\sqrt{2\sqrt{5} - 5}$
- II) $\sqrt{4\sqrt{3} - 3\sqrt{5}}$
- III) $\sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo II y III
- E) Todas ellas

8. ¿Cuál de los siguientes racionales está entre los números $0,2333\dots$ y $0,2444\dots$?

- A) $\frac{21}{90}$
- B) $\frac{22}{90}$
- C) $\frac{2}{9}$
- D) $\frac{1}{4}$
- E) $\frac{17}{72}$

9. Si $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{Q}$ y $c \in \mathbb{Q}'$, entonces ¿cuál(es) de las siguientes proposiciones es(son) **siempre** verdadera(s)?

- I) $a \cdot b \cdot c \in \mathbb{R}$
- II) $a \cdot c \in \mathbb{Q}'$
- III) $a^b \in \mathbb{R}$

- A) Sólo I
- B) Sólo III
- C) Sólo I y II
- D) Sólo I y III
- E) Ninguna de las anteriores

10. Al redondear a la centésima el número 2,258, resulta

- A) 2,25
- B) 2,26
- C) 2,30
- D) 2,50
- E) 2,60

11. Al truncar el número 1,2986 en la cifra de las centésimas, se obtiene

- A) 1,20
- B) 1,29
- C) 1,298
- D) 1,299
- E) 1,30

12. El número $0,4\overline{7}$ redondeado a la centésima, es equivalente a la fracción

- A) $\frac{47}{100}$
- B) $\frac{47}{99}$
- C) $\frac{48}{100}$
- D) $\frac{50}{100}$
- E) $\frac{475}{1000}$

13. Si se considera que un mes tiene 30 días, entonces el número aproximado de meses que corresponde a 1874 días es
- A) 58 meses
 - B) 59 meses
 - C) 60 meses
 - D) 62 meses
 - E) 63 meses
14. Al redondear a la diezmilésima el número $\pi = 3,141592\dots$, resulta
- A) 3,1
 - B) 3,141
 - C) 3,142
 - D) 3,1415
 - E) 3,1416
15. Un químico reporta el peso de un muestra de uranio de 0,0304 gramos con redondeo a diezmilésimo de gramo, esto significa que el peso verdadero u satisface la desigualdad
- A) $0,03035 \leq u < 0,03045$
 - B) $0,03034 \leq u < 0,03035$
 - C) $0,03045 \leq u < 0,03055$
 - D) $0,03041 \leq u < 0,03042$
 - E) $0,03031 \leq u < 0,03035$
16. Al estimar el valor de $A = \frac{7499 \cdot 49,34 \cdot 276}{614,7}$ con una cifra significativa, se obtiene
- A) $100 \cdot 10^3$
 - B) $100 \cdot 10^4$
 - C) $200 \cdot 10^2$
 - D) $200 \cdot 10^3$
 - E) $300 \cdot 10^3$
17. La expresión $\sqrt{-(x+1)^2}$ es un número real si x es igual a
- A) 1
 - B) -1
 - C) 1 ó -1
 - D) Cualquier valor real
 - E) Ninguna de las anteriores

18. ¿Cuál es el numerador de cierta fracción?

- (1) El valor de la fracción es 0,25.
- (2) El denominador de la fracción es 8.
- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

19. La expresión $\frac{a+b}{c}$ con **a**, **b** y **c** números reales y $c \neq 0$, es positiva si:

- (1) $a + b > 0$
- (2) $-c < 0$
- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

20. La expresión $\sqrt{a^2 + b}$ es un número real sí:

- (1) **a** es un número irracional y **b** un número real.
- (2) **a** es un número real y **b** un número irracional.
- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

RESPUESTAS

Ejemplos Págs.	1	2	3
1	D	E	
2	B	A	
3	D	B	A

CLAVES PÁG. 4

- 1. E 6. C 11. B 16. D
- 2. D 7. D 12. A 17. B
- 3. C 8. E 13. D 18. C
- 4. D 9. A 14. E 19. C
- 5. B 10. B 15. A 20. E