

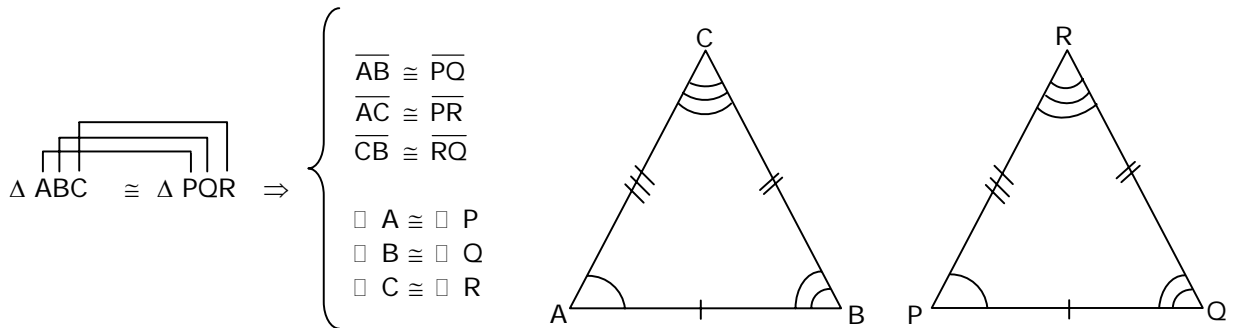
UNIDAD: GEOMETRÍA

CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS Y ELEMENTOS SECUNDARIOS

CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS

DEFINICIÓN

Dos triángulos son congruentes si y sólo si existe una correspondencia entre sus vértices, de modo que **cada par de lados y ángulos correspondientes sean congruentes.**



EJEMPLOS

1. Los triángulos PQR y TNM de la figura 1, son escalenos. Si $\Delta PQR \cong \Delta TNM$, entonces ¿cuál de las siguientes proposiciones es FALSA?

- A) $\overline{PQ} \cong \overline{TN}$
- B) $\overline{PR} \cong \overline{TM}$
- C) $\overline{QR} \cong \overline{NM}$
- D) $\sphericalangle QRP \cong \sphericalangle NMT$
- E) $\sphericalangle PQR \cong \sphericalangle TMN$

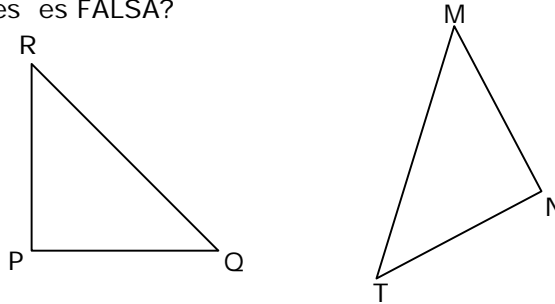


Fig. 1

2. En la figura 2, $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ con $D \in \overline{BC}$, $\overline{AC} \parallel \overline{DF}$, $\sphericalangle BDE = 80^\circ$ y $\sphericalangle ACB = 40^\circ$, ¿cuál es la medida del $\sphericalangle DEF$?

- A) 40°
- B) 60°
- C) 80°
- D) 90°
- E) No se puede determinar

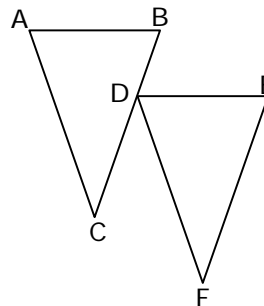
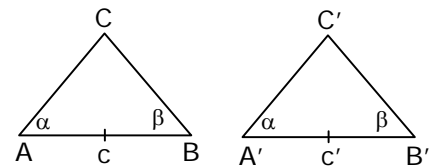


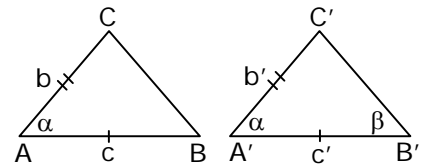
Fig. 2

POSTULADOS DE CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS

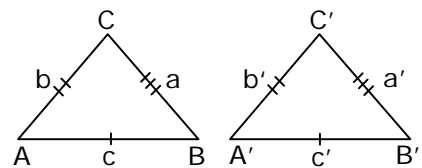
② **ALA** : Dos triángulos son congruentes si tienen respectivamente iguales un lado y los dos ángulos adyacentes a ese lado.



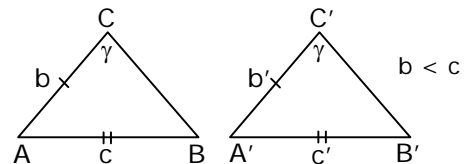
② **LAL**: Dos triángulos son congruentes cuando tienen dos lados y el ángulo comprendido entre ellos respectivamente iguales.



② **LLL** : Dos triángulos son congruentes si tienen sus tres lados respectivamente iguales.



② **LLA >** : Dos triángulos son congruentes cuando tiene dos lados y el ángulo opuesto al mayor de esos lados respectivamente iguales.



EJEMPLOS

1. En la figura 1, $\overline{DC} \perp \overline{AD}$ y $\overline{CB} \perp \overline{AB}$. Si $\square DAC \cong \square BAC$, entonces el triángulo CAB es congruente con el triángulo DCA en su orden

- A) ACD
- B) ADC
- C) CAD
- D) DCA
- E) CDA

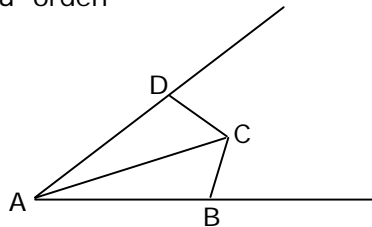


Fig. 1

2. El triángulo ABC de la figura 2, es isósceles de base \overline{AB} , $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ y $\overline{AD} = \overline{DB}$. Entonces, ¿cuál(es) de los siguientes pares de triángulos es(son) congruentes?

- I) $\triangle ADE$ con $\triangle BDE$
- II) $\triangle AEC$ con $\triangle BEC$
- III) $\triangle ADC$ con $\triangle BDC$

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo I y II
- E) I, II y III

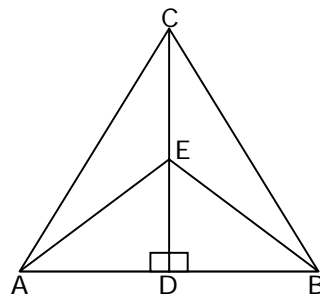
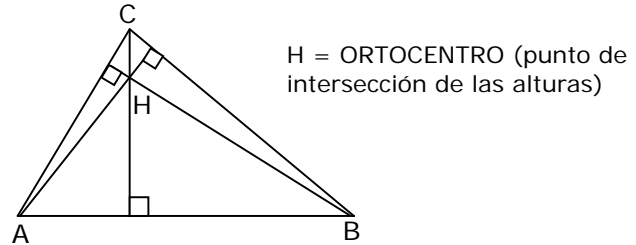
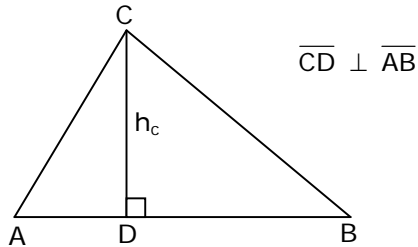


Fig. 2

ELEMENTOS SECUNDARIOS DEL TRIÁNGULO

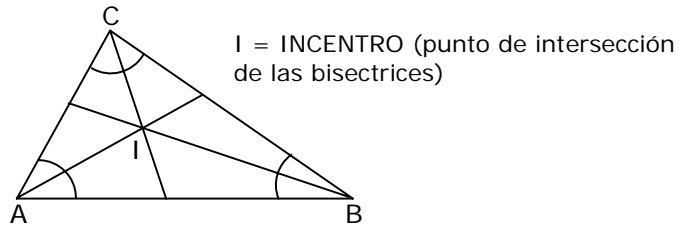
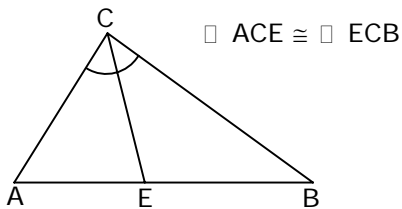
⊙ ALTURA

Es la perpendicular que va desde el vértice al lado opuesto o a su prolongación.



⊙ BISECTRIZ

Es el trazo que divide al ángulo en dos ángulos congruentes.



OBSERVACIÓN:

El punto de intersección de las bisectrices equidista de los lados del triángulo.

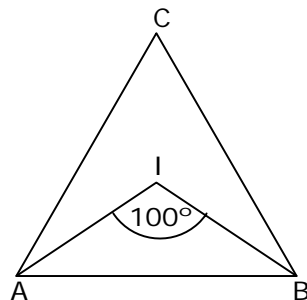
EJEMPLOS

1. ¿Cuál de las siguientes proposiciones es FALSA?

- A) En todo triángulo acutángulo, el ortocentro queda siempre en el interior del triángulo
- B) En todo triángulo rectángulo, el ortocentro siempre coincide con el vértice del ángulo recto
- C) En todo triángulo equilátero, el ortocentro queda siempre en el interior del triángulo
- D) En todo triángulo isósceles, el ortocentro siempre queda en el interior del triángulo
- E) En todo triángulo obtusángulo, el ortocentro queda siempre en el exterior del triángulo

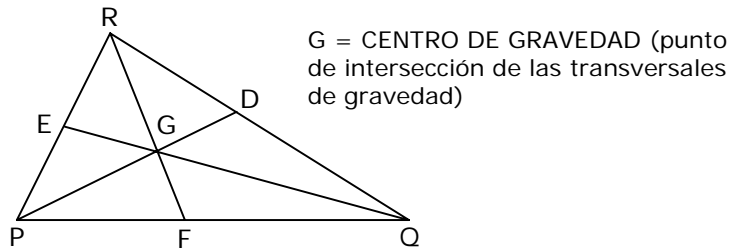
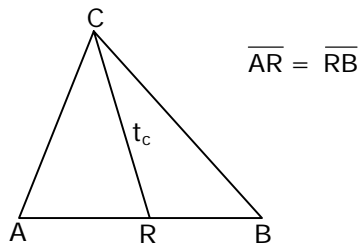
2. En el triángulo ABC de la figura 1, I es el incentro. Si $\angle AIB = 100^\circ$, ¿cuánto mide el $\angle ACB$?

- A) Faltan datos para determinarlo
- B) 20°
- C) 40°
- D) 50°
- E) 80°



⊙ **TRANSVERSAL DE GRAVEDAD**

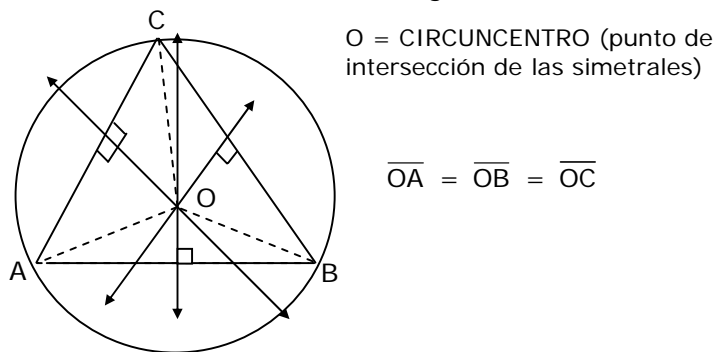
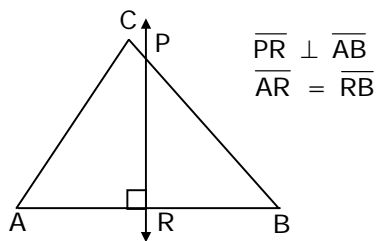
Es el trazo que une el vértice con el punto medio del lado opuesto.



OBSERVACIÓN: Si ΔABC rectángulo en C, entonces $\overline{CR} = \overline{AR} = \overline{RB}$.

⊙ **SIMETRAL**

Es la recta perpendicular que pasa por el punto medio de cada lado del triángulo.



PROPIEDAD

El punto de intersección de las simetrales equidista de los vértices del triángulo.

EJEMPLOS

1. En el ΔABC de la figura 1, \overline{CE} transversal de Gravedad. La medida del ángulo x es

- A) 15°
- B) 20°
- C) 25°
- D) 30°
- E) 35°

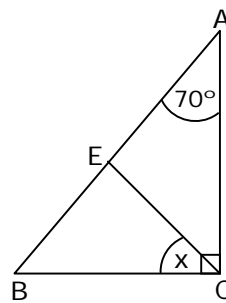


Fig. 1

2. En la figura 2, el punto O es el circuncentro del ΔABC . Si $\angle OAB = 20^\circ$ y $\angle COB = 80^\circ$. La medida del $\angle x$ es

- A) 10°
- B) 20°
- C) 50°
- D) 80°
- E) Otro valor

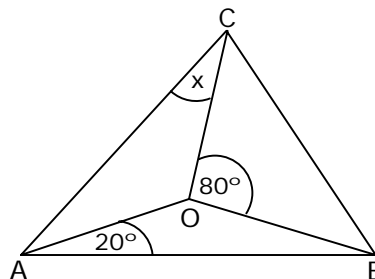
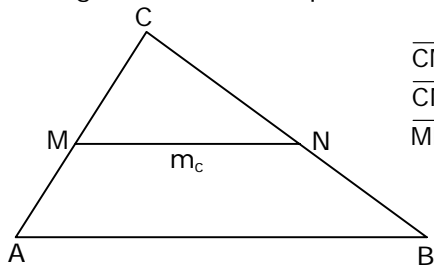


Fig. 2

⊙ **MEDIANA**

Es el segmento de recta que une los puntos medios de los lados del triángulo.

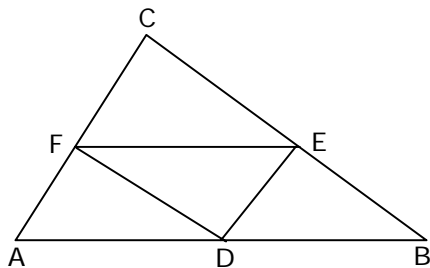


$$\begin{aligned} \overline{CM} &= \overline{MA} \\ \overline{CN} &= \overline{NB} \\ \overline{MN} &\parallel \overline{AB} \end{aligned}$$

No existe punto de intersección de las tres medianas

PROPIEDAD

En todo triángulo al trazar las 3 medianas se forman 4 triángulos congruentes.



$$\Delta ADF \cong \Delta DBE \cong \Delta FEC \cong \Delta EFD$$

EJEMPLOS

1. En el triángulo MNT de la figura 1, $\overline{MP} = 8$ cm, $\overline{QN} = 12$ cm y \overline{PQ} es mediana. Entonces, $\overline{MN} - \overline{MT}$ es

- A) 2 cm
- B) 4 cm
- C) 6 cm
- D) 8 cm
- E) 10 cm

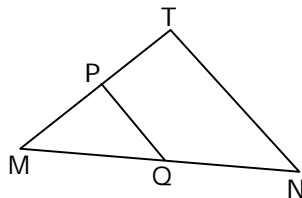


Fig. 1

2. En el triángulo PQR de la figura 2, $\angle PRQ = 80^\circ$ y \overline{DE} es mediana. ¿Cuánto mide $\angle x$?

- A) 35°
- B) 45°
- C) 50°
- D) 55°
- E) 60°

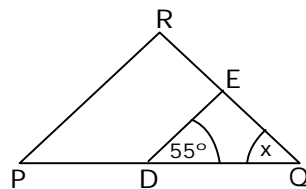
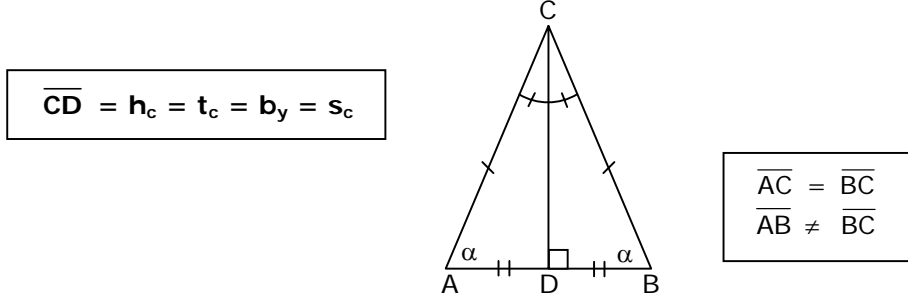


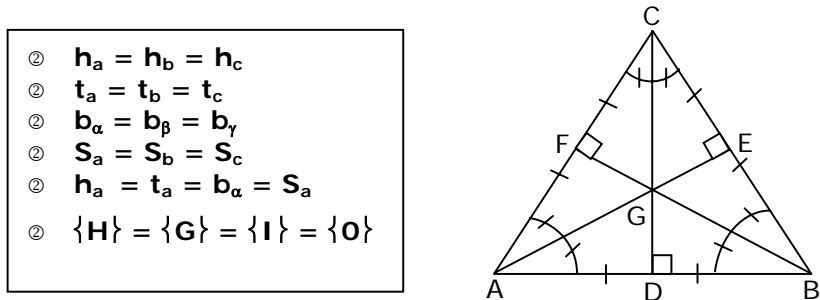
Fig. 2

ALGUNOS TEOREMAS REFERENTES A UN TRIÁNGULO ISÓSCELES Y/O EQUILÁTERO

⊙ En todo triángulo isósceles coinciden los elementos secundarios correspondientes al lado distinto.



⊙ En todo triángulo equilátero coinciden los elementos secundarios correspondientes a cualquier lado. Además, coinciden los puntos singulares.



EJEMPLOS

1. El triángulo DEF de la figura 1 es isósceles de base \overline{DF} . R es punto medio de \overline{DF} y $\sphericalangle DFE = 50^\circ$. ¿Cuánto mide el ángulo REF?

- A) 25°
- B) 30°
- C) 40°
- D) 50°
- E) 80°

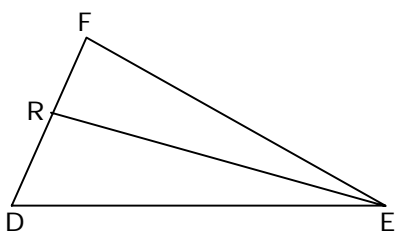


Fig. 1

2. En el triángulo equilátero ABC de la figura 2, E es punto medio de \overline{AB} y \overline{BD} es bisectriz del ángulo ABC. ¿Cuánto es el suplemento de $\sphericalangle x + \sphericalangle y$?

- A) 150°
- B) 120°
- C) 90°
- D) 60°
- E) 30°

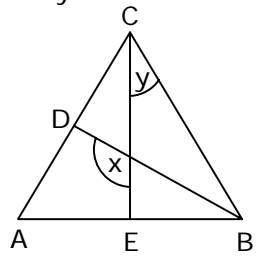


Fig. 2

EJERCICIOS

1. Considerando que la información dada en cada alternativa es acumulativa, determine en qué alternativa se puede asegurar que los triángulos de la figura 1, son congruentes.

- A) $\triangle CAB \cong \triangle FED$
- B) $\triangle ABC \cong \triangle FDE$
- C) $\overline{DF} = 5 \text{ cm}$
- D) $\overline{ED} = 5 \text{ cm}$
- E) $\overline{BC} = 5 \text{ cm}$

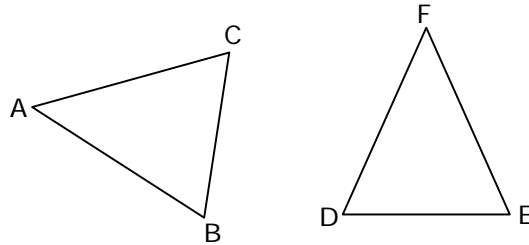


Fig. 1

2. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) Dos triángulos rectángulos que tienen un cateto respectivamente congruente, son congruentes.
- B) Si dos triángulos rectángulos tienen la hipotenusa congruente, son congruentes.
- C) Si dos triángulos rectángulos tienen dos ángulos correspondientes congruentes, son congruentes.
- D) Si dos triángulos rectángulos tienen dos lados correspondientes congruentes, son congruentes.
- E) Si dos triángulos rectángulos tienen un ángulo respectivamente congruentes, son congruentes.

3. En el $\triangle ABC$ de la figura 2, D, E y F son puntos medios de los lados. Entonces, el triángulo FEC es congruente al triángulo FDE en su orden

- A) FDE
- B) EFD
- C) FED
- D) EDF
- E) DEF

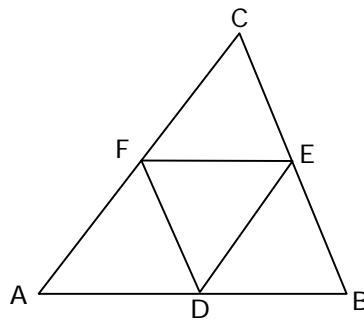


Fig. 2

4. En la figura 3, $\triangle ABC \cong \triangle NMT$. Si $\angle CAB = 40^\circ$ y $\angle NMT = 80^\circ$, entonces es FALSO que

- A) $\square ABC \cong \square NMT$
- B) el $\square NTM$ mide 60°
- C) el $\triangle MNT$ es escaleno
- D) $\overline{NT} \cong \overline{AC}$
- E) el $\square TNM$ mide 80°

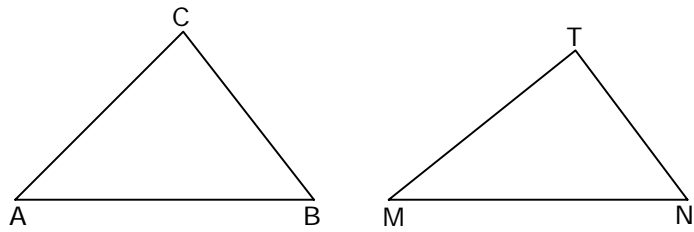


Fig. 3

5. En la figura 4, $\triangle QRP \cong \triangle DFE$. Si $\overline{QP} \cong \overline{PR}$, ¿cuánto mide el ángulo exterior HEF?

- A) 62°
- B) 64°
- C) 74°
- D) 106°
- E) 116°

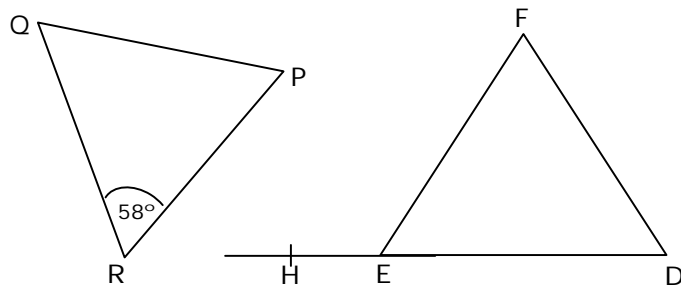


Fig. 4

6. Si en el triángulo DEF de la figura 5, \overline{MN} es mediana, entonces el ángulo NMD mide

- A) 40°
- B) 100°
- C) 120°
- D) 130°
- E) 140°

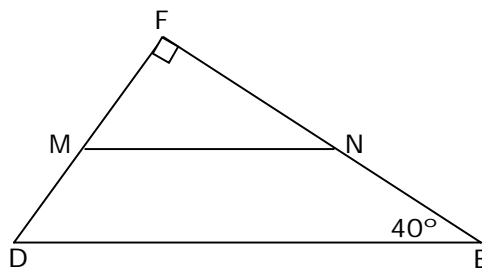


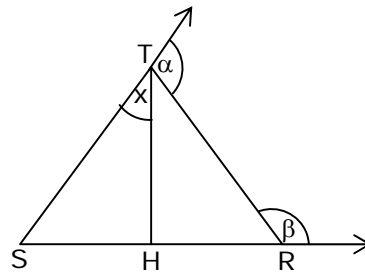
Fig. 5

7. ¿En qué triángulo al trazar cualquier bisectriz se forman dos triángulos congruentes?

- A) Rectángulo isósceles
- B) Isósceles acutángulo
- C) Rectángulo escaleno
- D) Equilátero
- E) En ninguno

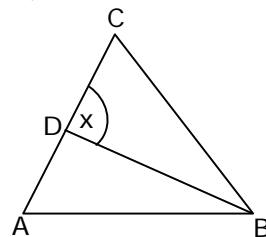
8. En el triángulo SRT de la figura 6, \overline{TH} es altura, $\angle \alpha = 110^\circ$ y $\angle \beta = 140^\circ$. ¿Cuál es la medida del ángulo x?

- A) 20°
- B) 30°
- C) 50°
- D) 60°
- E) 70°



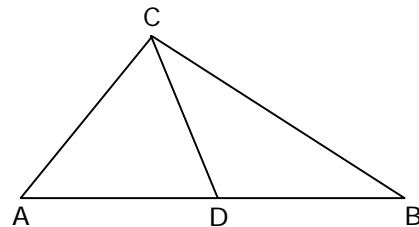
9. En el triángulo ABC de la figura 7, \overline{BD} es bisectriz del $\angle ABC$. Si $\angle CAB = 70^\circ$ y $\angle ACB = 50^\circ$, entonces ¿cuánto mide el ángulo x?

- A) 30°
- B) 50°
- C) 60°
- D) 70°
- E) 100°



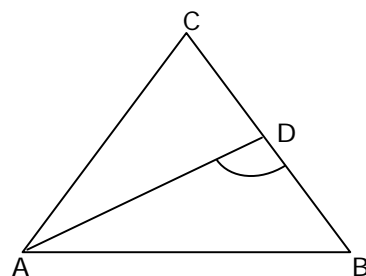
10. En el triángulo ABC rectángulo en C de la figura 8, \overline{CD} es transversal de gravedad. Si $\angle CAD = 50^\circ$, entonces el ángulo DCB mide

- A) 20°
- B) 25°
- C) 30°
- D) 40°
- E) 5°



11. En el $\triangle ABC$ (fig. 9), \overline{AD} transversal gravedad y $\angle CAD = \angle BAD$. Entonces, la medida del ángulo ADB es

- A) 110°
- B) 100°
- C) 90°
- D) 80°
- E) 60°



12. En la figura 10, los puntos A, B y D son colineales, $\triangle ABC \cong \triangle DBE$, $\alpha = 36^\circ$ y $\sphericalangle CBE = 20^\circ$, ¿cuánto mide el $\sphericalangle BED$?

- A) 20°
 B) 36°
 C) 64°
 D) 108°
 E) 116°

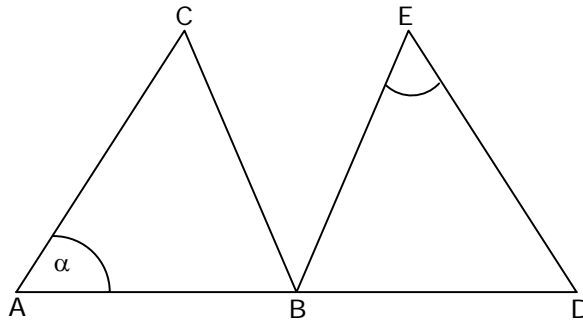


Fig. 10

13. En la figura 11, $\triangle PQR \cong \triangle PST$ y T pertenece a \overline{RQ} . Se puede determinar el ángulo PTR si:

- (1) $\sphericalangle QPS = 50^\circ$
 (2) $\sphericalangle STP = 65^\circ$

- A) (1) por sí sola
 B) (2) por sí sola
 C) Ambas juntas (1) y (2)
 D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
 E) Se requiere información adicional

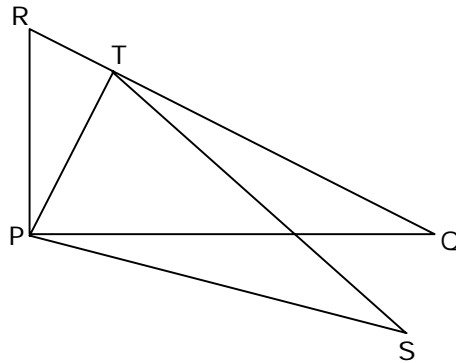


Fig. 11

14. Los triángulos ABC y BAD son congruentes figura 12, se puede determinar la medida del $\sphericalangle AEB$ si:

- (1) $\sphericalangle BAD = 40^\circ$
 (2) $\overline{CE} \cong \overline{EB} \cong \overline{DE} \cong \overline{EA}$

- A) (1) por sí sola
 B) (2) por sí sola
 C) Ambas juntas (1) y (2)
 D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
 E) Se requiere información adicional

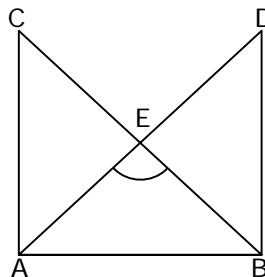


Fig. 12

15. $\triangle ADC \cong \triangle BEC$ (fig. 13). El $\triangle DEC$ es equilátero si:

- (1) $\square DAC = 30^\circ$
- (2) $\square ADC = 120^\circ$

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

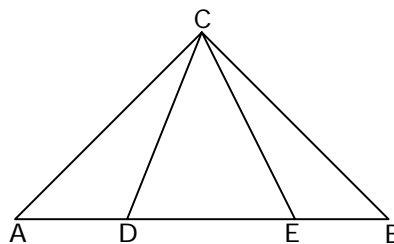


Fig. 13

RESPUESTAS

Ejemplos Págs.	1	2
1	E	C
2	C	E
3	D	B
4	B	B
5	D	B
6	C	E

CLAVES PÁG. 7

- 1. E 6. D 11. C
- 2. D 7. D 12. C
- 3. B 8. A 13. D
- 4. E 9. E 14. A
- 5. E 10. D 15. B