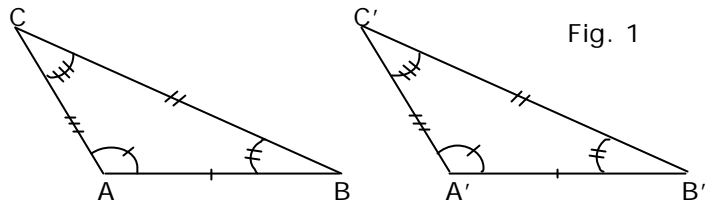


**CONGRUENCIA**

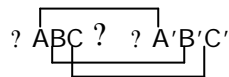
**DEFINICIÓN:** Dos polígonos son congruentes si tienen sus lados y ángulos respectivos congruentes.

En la figura 1, ¿  $\triangle ABC$  ?  $\triangle A'B'C'$  ya que:

- $\angle A$  ?   $\angle A'$        $\overline{AB}$  ?  $\overline{A'B'}$
- $\angle B$  ?   $\angle B'$        $\overline{BC}$  ?  $\overline{B'C'}$
- $\angle C$  ?   $\angle C'$        $\overline{CA}$  ?  $\overline{C'A'}$

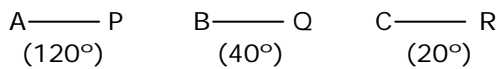


Observa que existe una correspondencia en sus vértices.

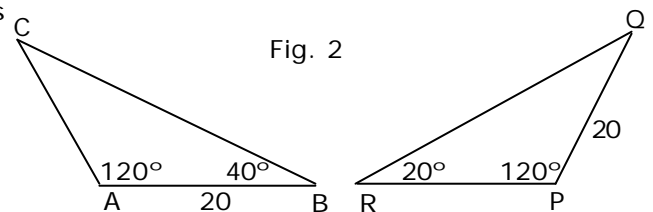


Ejemplo. En la figura 2, los triángulos ABC y RPQ son congruentes. ¿Cuál es el orden de la congruencia?

Solución: la correspondencia entre los vértices es

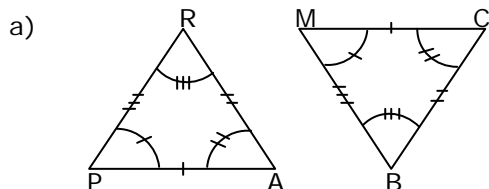


¿  $\triangle ABC$  ?  $\triangle PQR$

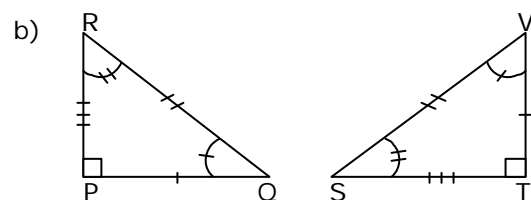


**EJERCICIOS**

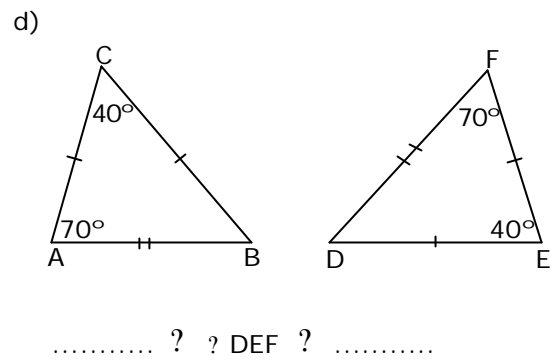
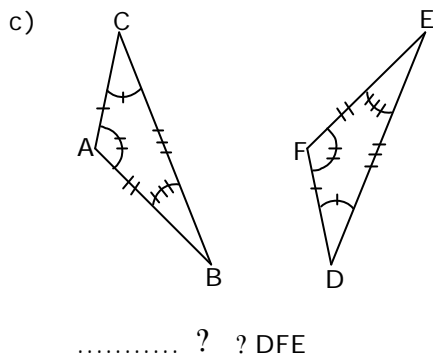
1. De acuerdo a las figuras, completa:



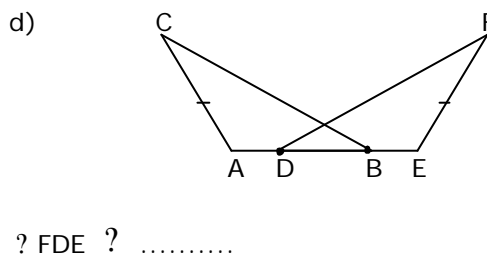
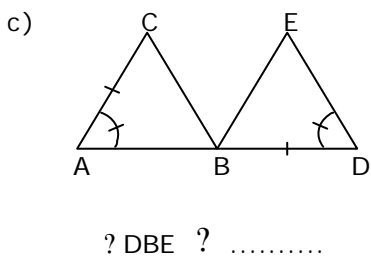
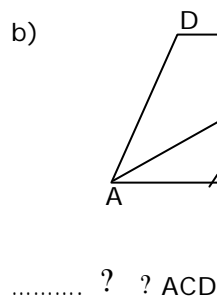
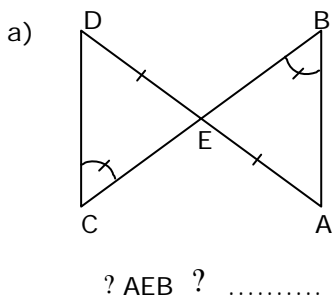
¿  $\triangle ARP$  ? \_\_\_\_\_



¿  $\triangle RPQ$  ? \_\_\_\_\_



2. Los pares de triángulos, en cada una de las siguientes figuras, son congruentes. Completa en cada caso:

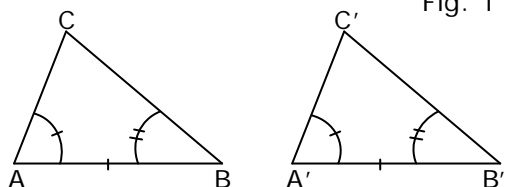


3. a) Si  $\triangle ABC \cong \triangle PQR$ ,  $\overline{AB} = 3x + 2$  y  $\overline{PQ} = 5x - 8$ , ¿cuál es el valor de  $\overline{AB}$ ?

b) Si  $\triangle PQR \cong \triangle DEF$ ,  $\angle Q = 3x - 23$  y  $\angle E = 2x - 5$ , ¿cuál es la medida del  $\angle E$ ?

## CRITERIOS DE CONGRUENCIA

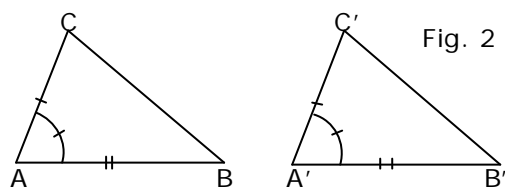
1. Ángulo – Lado – Ángulo (ALA):



Dos triángulos son congruentes si tienen respectivamente iguales un lado y los dos ángulos adyacentes a ese lado (fig. 1).

$$\begin{aligned} & \angle A \cong \angle A' \\ \text{Si } & \overline{AB} \cong \overline{A'B'} \\ & \angle B \cong \angle B' \end{aligned} \quad \triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$$

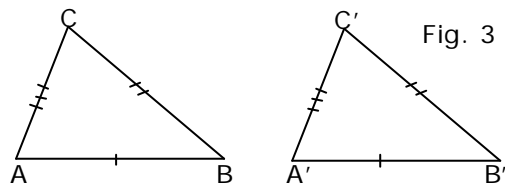
2. Lado – Ángulo – Lado (LAL):



Dos triángulos son congruentes si tienen dos lados y ángulo comprendido entre ellos respectivamente iguales (fig. 2).

$$\begin{aligned} & \overline{AC} \cong \overline{A'C'} \\ \text{Si } & \overline{AB} \cong \overline{A'B'} \\ & \angle A \cong \angle A' \end{aligned} \quad \triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$$

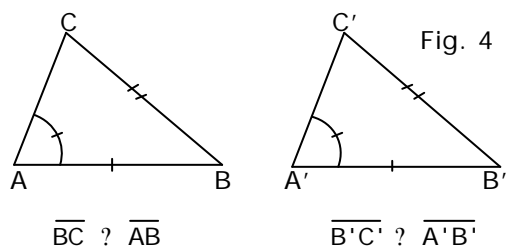
3. Lado – Lado – Lado (LLL):



Dos triángulos son congruentes si tienen sus tres lados respectivamente iguales (fig. 3).

$$\begin{aligned} & \overline{AB} \cong \overline{A'B'} \\ \text{Si } & \overline{BC} \cong \overline{B'C'} \\ & \overline{CA} \cong \overline{C'A'} \end{aligned} \quad \triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$$

4. Lado – Lado – Ángulo Mayor (LLA):



Dos triángulos son congruentes si tienen dos lados y el ángulo opuesto al mayor de esos lados respectivamente iguales. (fig. 4)

$$\begin{aligned} & \overline{AC} \cong \overline{A'C'} \\ \text{Si } & \overline{BC} \cong \overline{B'C'} \\ & \angle A \cong \angle A' \end{aligned} \quad \triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$$

**EJEMPLOS:**

1. En la figura 5, ¿qué criterio nos indica que los triángulos son congruentes?

Solución: LAL

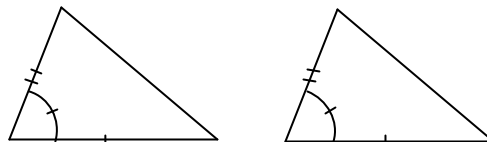


Fig. 5

2. En el  $\triangle ABC$  isósceles de base  $\overline{AB}$ , de la figura 6, se traza la altura  $\overline{CD}$ . ¿Qué criterio de congruencia nos indica que  $\triangle ADC \cong \triangle BDC$ ?

Solución

Afirmaciones

$\overline{AC} = \overline{BC}$

$\overline{DC} = \overline{DC}$

$\sphericalangle ADC = \sphericalangle BDC$

$\overline{AC} > \overline{CD}$

$\triangle ADC \cong \triangle BDC$

Razones

Definición de Triángulo isósceles.

Todo segmento es congruente con sí mismo

Ángulos rectos son congruentes

Hipotenusa es mayor que un cateto

Lado – Lado – Ángulo Mayor (LLA?)

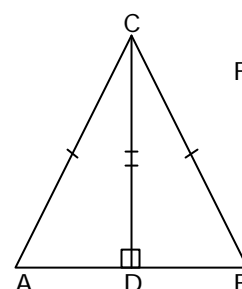


Fig. 6

3. Si en el ejemplo anterior (2) en vez de trazar la altura  $\overline{CD}$ , se traza la transversal de gravedad  $\overline{CM}$  sobre la base (figura7), entonces ¿cuál sería el criterio de congruencia para que  $\triangle AMC \cong \triangle BMC$ ?

Solución

Afirmaciones

$\overline{AC} = \overline{BC}$

$\overline{CM} = \overline{CM}$

$\overline{MA} = \overline{MB}$

$\triangle AMC \cong \triangle BMC$

Razones

Definición de Triángulo isósceles.

Todo segmento es congruente con sí mismo

Definición de transversal de gravedad

Lado – Lado – Lado (LLL)

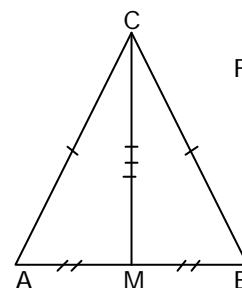
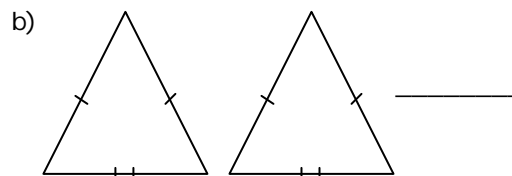
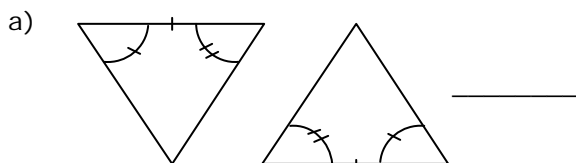
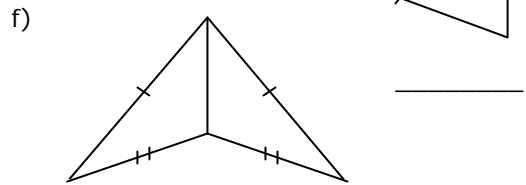
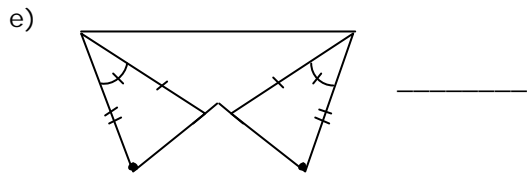
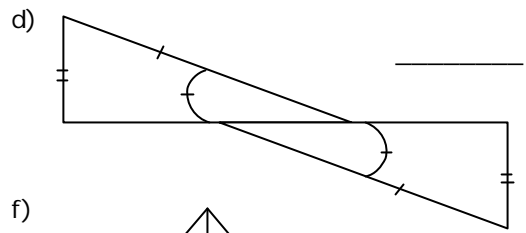
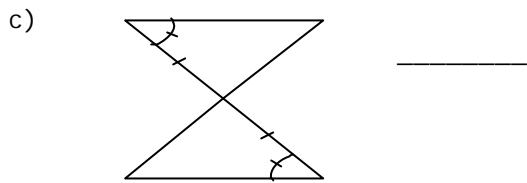


Fig. 7

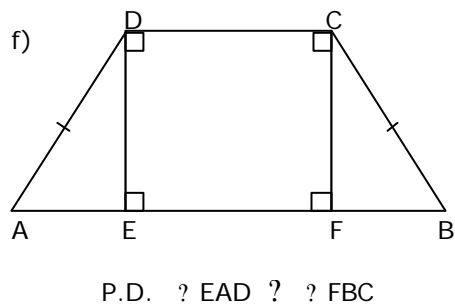
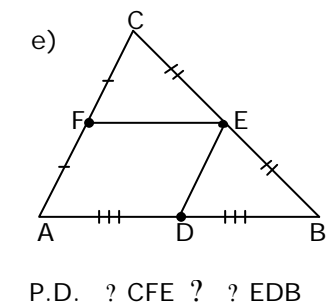
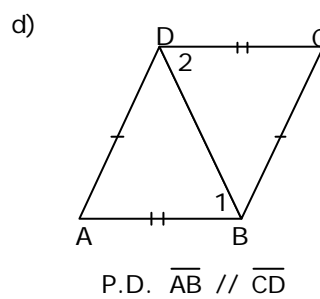
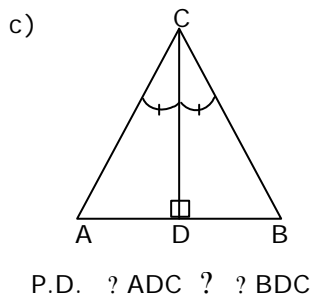
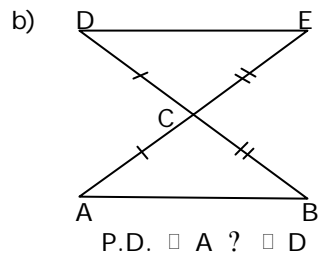
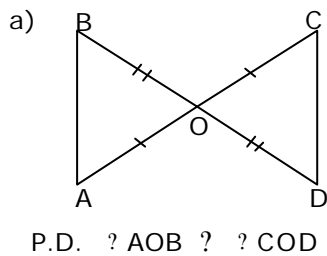
**EJERCICIOS**

1. Con respecto a las siguientes figuras, indica el criterio de congruencia si las hay.

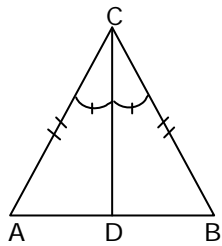




2. Con respecto a las siguientes figuras, indica el criterio de congruencia utilizado para probar lo que se pide en cada caso (P.D.).

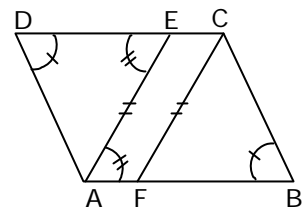


g)



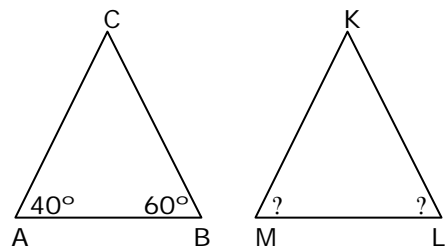
P.D.  $\angle CAD \cong \angle CBD$

h)

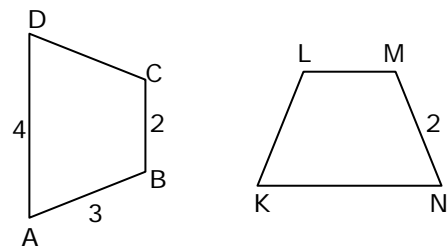


P.D.  $\angle DEA \cong \angle BFC$

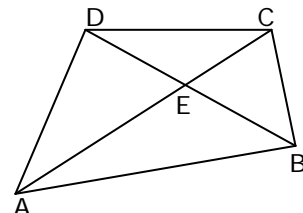
3. En la figura se tiene  $\triangle ABC \cong \triangle KLM$ . ¿Cuál es el valor de  $\angle M$  -  $\angle L$ ?



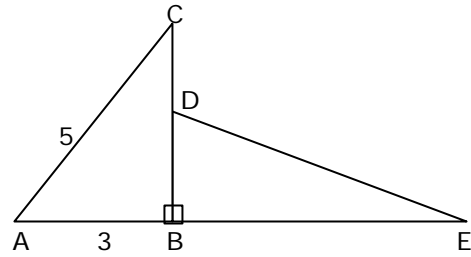
4. Los cuadriláteros ABCD y KLMN de la figura, son congruentes en ese orden. ¿Cuál es el perímetro del cuadrilátero KLMN?



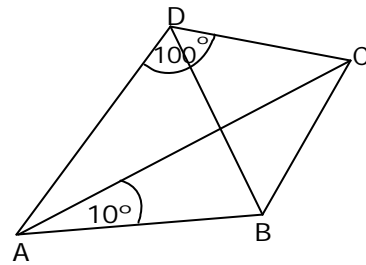
5. En el cuadrilátero ABCD de la figura se tiene:  $\angle ABD \cong \angle BAC$ ,  $\angle ABC = 70^\circ$  y  $\angle ADB = 50^\circ$ . ¿Cuál es la medida del  $\angle AEB$ ?



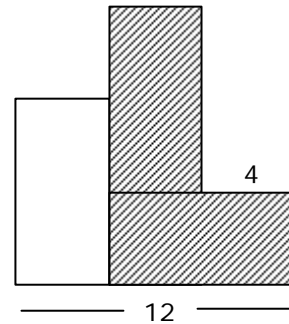
6. Los triángulos ABC y DBE son congruentes. ¿Cuál es el perímetro de la figura?



7. En el cuadrilátero ABCD de la figura,  $\angle ACB = ?$   $\angle ACD = ?$ . ¿Cuál es la medida del  $\square DCB$ ?



8. Los 3 rectángulos que forman la figura son congruentes. ¿Cuál es el perímetro de la figura achurada?



DCIMA031