PREUNIVERSITARIO PEDRO DE VALDIVIA

CURSO: MATEMÁTICA

MATERIAL N° 011-I

GUÍA TEÓRICO PRÁCTICA Nº 10

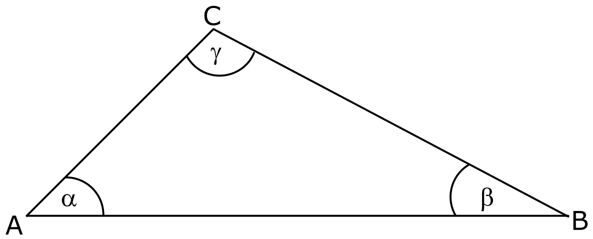
UNIDAD: GEOMETRÍA

ÁNGULOS EN TRIÁNGULOS

TEOREMA 1

En todo triángulo, la suma de las medidas de los ángulos interiores es igual a 180°.

$\boldsymbol{\alpha + \beta + \gamma = 180°}$



EJEMPLOS

1. En el triángulo de la figura 1, el valor del ángulo x es

A) 19°
B) 23°
C) 29°
D) 58°
E) 116°

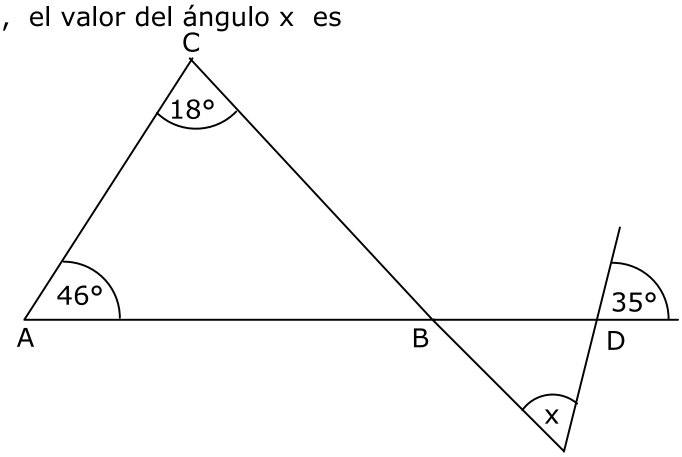


Fig. 1

2. En el Δ ABC de la figura 2, α es igual a

A) 20°
B) 25°
C) 30°
D) 35°
E) 40°

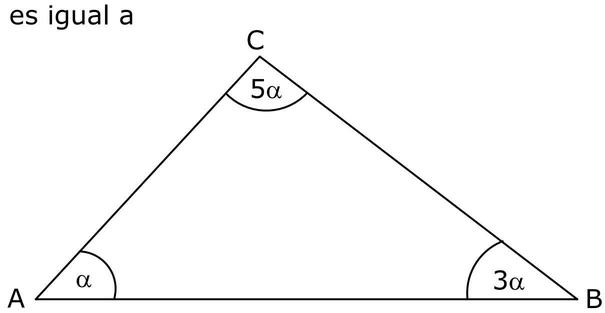
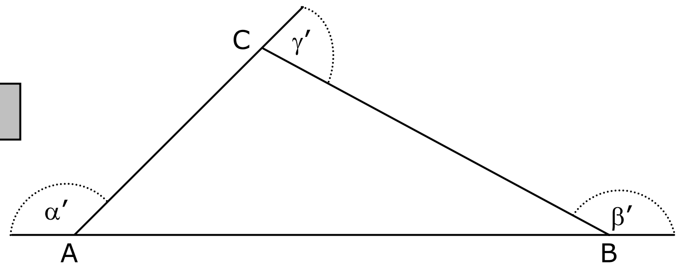


Fig. 2

TEOREMA 2

En todo triángulo, la suma de las medidas de los ángulos exteriores es igual a 360°

$$\boxed{\alpha' + \beta' + \gamma' = 360°}$$



EJEMPLOS

1. En el ΔGHI de la figura 1, el valor de x es

   A) 45°
   B) 75°
   C) 135°
   D) 150°
   E) 210°

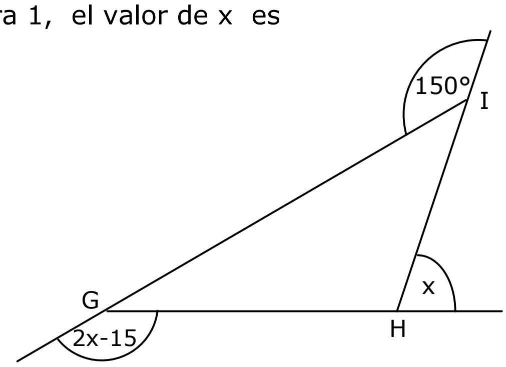


Fig. 1

2. En el Δ ABC de la figura 2, x + y es

   A) 58°
   B) 122°
   C) 160°
   D) 180°
   E) 238°

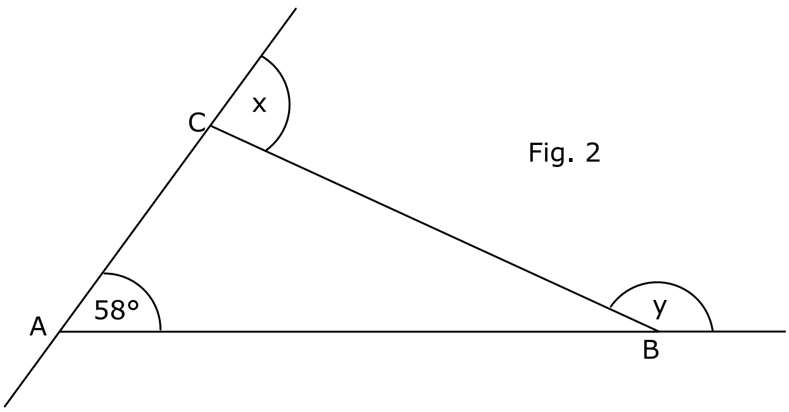
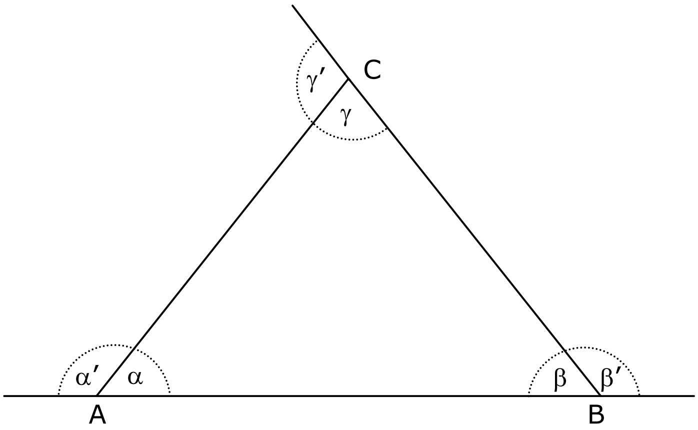


Fig. 2

TEOREMA 3

En todo triángulo, la medida de cada ángulo exterior es igual a la suma de las medidas de los ángulos interiores no adyacentes a él.

$\alpha' = \beta + \gamma$	$\beta' = \alpha + \gamma$	$\gamma' = \alpha + \beta$



EJEMPLOS

1. El valor de γ en el ΔDEF de la figura 1, con G $\in$ $\overline{DE}$, es

   A) 30°
   B) 40°
   C) 50°
   D) 60°
   E) 70°

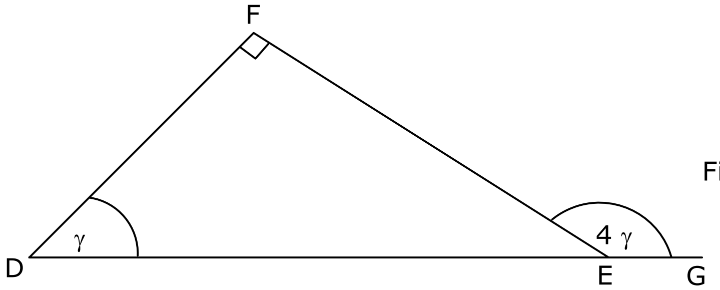


Fig. 1

2. Al expresar α en función de x en el Δ PQR de la figura 2, se obtiene

   A) 70° + x
   B) 70° - x
   C) x - 70°
   D) 110° - x
   E) x + 110°

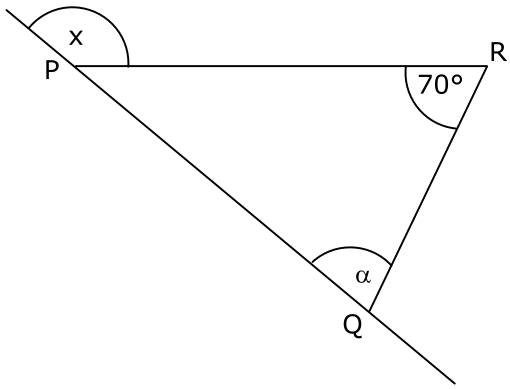


Fig. 2

CLASIFICACIÓN DE LOS TRIÁNGULOS

i) Según sus lados:

Escaleno:	Tiene sus tres lados de distinta medida.
Isósceles:	Tiene sólo dos lados de igual medida.
Equilátero:	Tiene sus lados de igual medida.

ii) Según sus ángulos:

Acutángulo:	Tiene sus tres ángulos agudos.
Rectángulo:	Tiene un ángulo recto.
Obtusángulo:	Tiene un ángulo obtuso.

EJEMPLOS

1. ¿Cuál de las siguientes opciones es siempre falsa?

   Un triángulo puede ser

   A) isósceles y rectángulo
   B) isósceles y obtusángulo
   C) isósceles y acutángulo
   D) escaleno y obtusángulo
   E) equilátero y obtusángulo

2. La clasificación del triángulo de la figura 1, es

   A) escaleno y acutángulo
   B) escaleno y rectángulo
   C) isósceles y acutángulo
   D) isósceles y obtusángulo
   E) iIsósceles y rectángulo

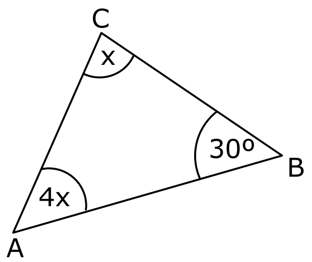


Fig. 1

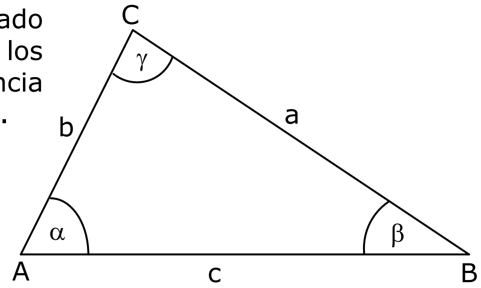
3. Los ángulos interiores de un triángulo miden respectivamente 3α, 2α y 3α. Luego, el triángulo es

   A) acutángulo y no isósceles
   B) escaleno rectángulo
   C) obtusángulo y no isósceles
   D) rectángulo e isósceles
   E) acutángulo e isósceles

OTROS TEOREMAS REFERENTES A UN TRIÁNGULO CUALQUIERA

TEOREMA 4: En todo triángulo, la medida de cada lado es menor que la suma de las medidas de los otros dos y mayor que la diferencia (positiva) de las medidas de los otros dos.

$|\mathbf{c} - \mathbf{b}| < \mathbf{a} < \mathbf{b} + \mathbf{c}$
$|\mathbf{c} - \mathbf{a}| < \mathbf{b} < \mathbf{a} + \mathbf{c}$
$|\mathbf{a} - \mathbf{b}| < \mathbf{c} < \mathbf{a} + \mathbf{b}$



TEOREMA 5: En todo triángulo, a mayor ángulo se opone mayor lado y viceversa.

$\alpha > \beta$ **si y sólo si** $\mathbf{a} > \mathbf{b}$

EJEMPLOS

1. De acuerdo al triángulo de la figura 1, ¿cuál de las siguientes desigualdades es siempre verdadera?

   A) $2 < x < 14$
   B) $3 < x < 13$
   C) $4 < x < 12$
   D) $5 < x < 11$
   E) $6 < x < 10$

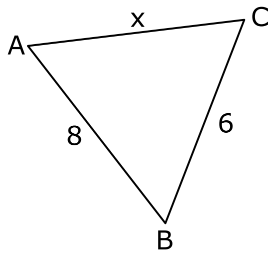


Fig. 1

2. En el ΔABC de la figura 2, el orden decreciente de las medidas de los lados es

   A) $c > b > a$
   B) $a > c > b$
   C) $a > b > c$
   D) $b > a > c$
   E) $b > c > a$

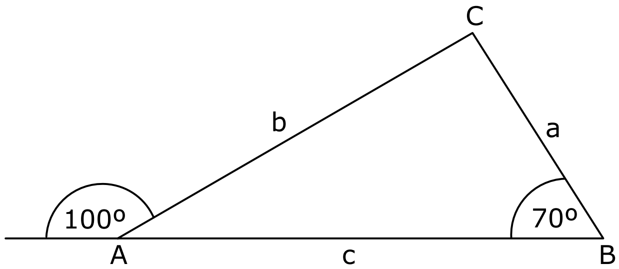


Fig. 2

3. En el ΔABC de la figura 3, se tiene que α', β' y γ' son los ángulos exteriores. Si $\alpha' : \beta' : \gamma' = 2 : 3 : 4$, entonces el orden creciente de las medidas de los lados es

   A) $a < b < c$
   B) $a < c < b$
   C) $b < a < c$
   D) $b < c < a$
   E) $c < b < a$

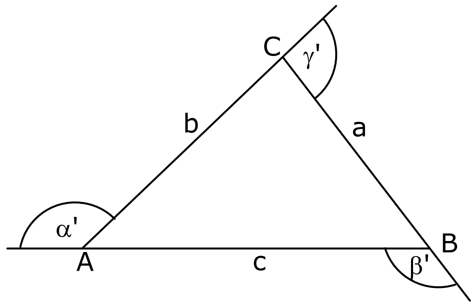


Fig. 3

EJERCICIOS

1. Si el triángulo ABC de la fig. 1, es rectángulo en C, entonces el complemento del complemento del $\measuredangle$ x mide

A) 22°
B) 36°
C) 44°
D) 46°
E) 34°

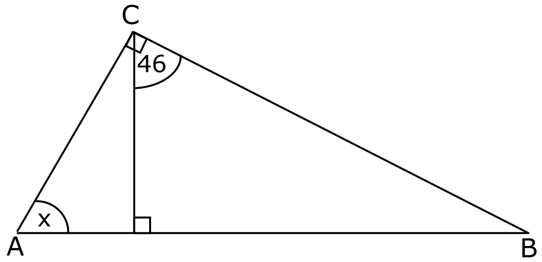


Fig. 1

2. El valor de γ en el ΔDEF de la figura 2, con G $\in$ $\overline{DE}$, es

A) 20º
B) 30º
C) 80º
D) 100º
E) 120º

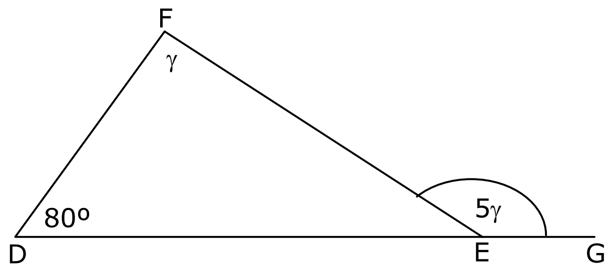


Fig. 2

3. En el triángulo ABC de la fig. 3, se traza la transversal $\overline{DE}$, ¿cuánto mide el ángulo x?

A) 63°
B) 70°
C) 117°
D) 103°
E) Ninguna de las anteriores

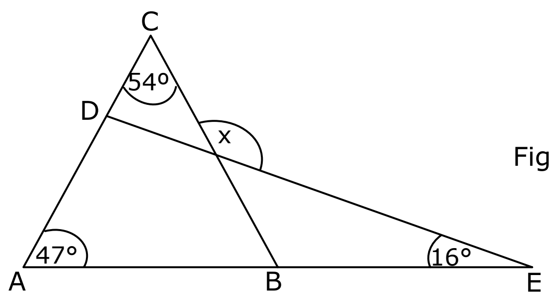


Fig. 3

4. En la figura 4, $\measuredangle$ DAB = $\measuredangle$ CBA. Entonces, el $\measuredangle$ x mide

A) 80°
B) 100°
C) 110°
D) 120°
E) 140°

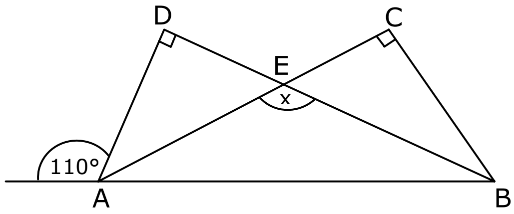


Fig. 4

5. De acuerdo a la información suministrada en la figura 5, ¿cuál es la medida del $\measuredangle$ x?

A) 110°
B) 120°
C) 150°
D) 160°
E) 170°

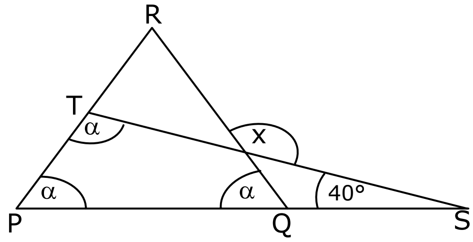


Fig. 5

6. En la figura 6, $\overline{ED} \perp \overline{AB}$, $\overline{BC} \perp \overline{CE}$ y $\alpha = \frac{1}{3}\gamma$. ¿Cuál es la medida del ángulo δ si γ = 120°?

A) 10°
B) 20°
C) 30°
D) 45°
E) 60°

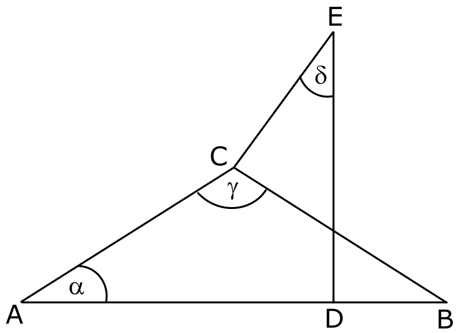


Fig. 6

7. En el triángulo de la figura 7, el ángulo β es igual a

A) $2\gamma + \alpha$
B) $2\gamma - \alpha$
C) $\gamma + \alpha$
D) 2γ
E) γ

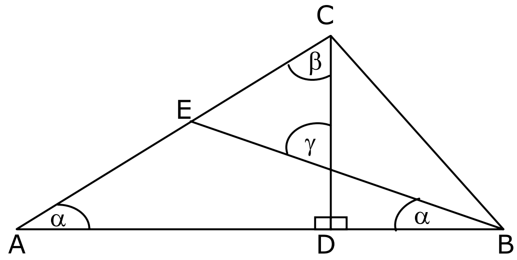


Fig. 7

8. En el triángulo ABC de la figura 8, $\overline{AE}$ y $\overline{CD}$ son bisectrices de los ángulos CAB y ACB respectivamente. Entonces, el ángulo x mide

A) 146°
B) 158°
C) 168°
D) 68°
E) 36°

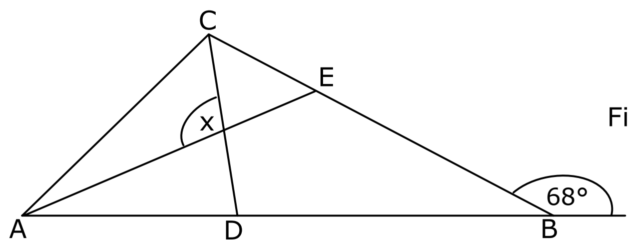


Fig. 8

9. En la figura 9, se tiene que $\beta - \alpha = 10°$. Entonces, la medida del $\measuredangle x$ es

A) 85°
B) 95°
C) 100°
D) 115°
E) 125°

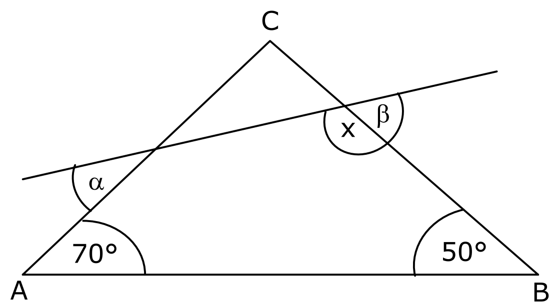


Fig. 9

10. En la figura 10, el Δ ABC es rectángulo en C. Si $\alpha + \varepsilon = 120°$, entonces el ángulo α mide

A) 105°
B) 15°
C) 12,5°
D) 10°
E) 8°

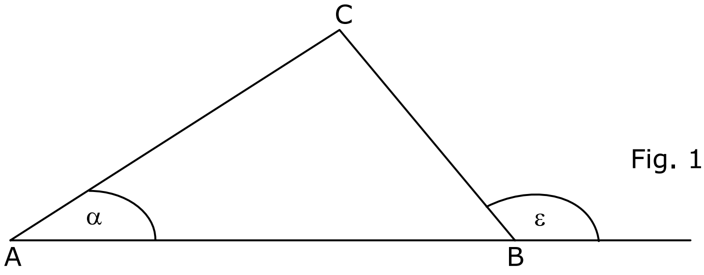


Fig. 10

11. En el triángulo ABC, de la figura 11 es rectángulo en C, $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ y $\overline{AE}$ es bisectriz. Si $\measuredangle$ AFD = 57º, entonces la medida del $\measuredangle$ ABC es

A) 24º
B) 26º
C) 28º
D) 34º
E) 57º

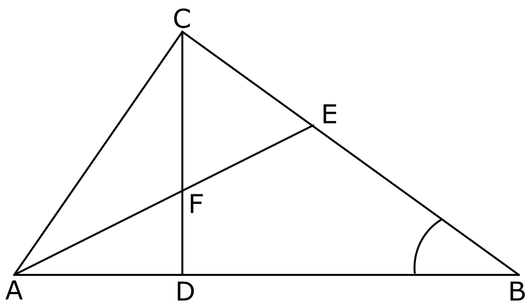


Fig. 11

12. Si en el triángulo ABC de la figura 12, $\overline{DE} \,//\, \overline{BC}$ y $\beta' - \varepsilon = 80°$, entonces el ángulo x mide

A) 130°
B) 100°
C) 80°
D) 60°
E) 50°

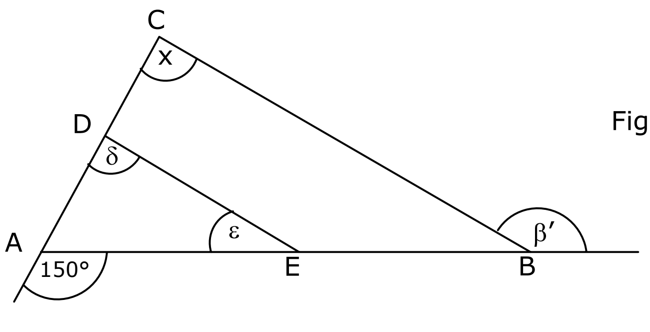


Fig. 12

13. En la figura 13, γ = 60°. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s)?

I) α y β son ángulos suplementarios

II) $\beta = \frac{1}{5}\alpha$

III) $\gamma = \alpha - 3\beta$

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo I y II
E) I, II y III

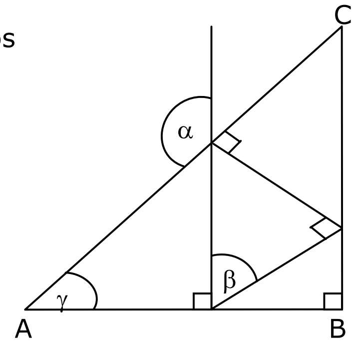


Fig. 13

14. En un triángulo, un ángulo interior mide 20° más que el otro, pero 35° menos que el tercero. ¿Cuál es la diferencia entre el suplemento del menor y el complemento del mayor?

A) 150°
B) 145°
C) 140°
D) 120°
E) 90°

15. Si en la figura 14, ∡ PSR = 40°, entonces ∡ QPS + ∡ PQT + ∡ TRS =

A) 50°
B) 60°
C) 80°
D) 140°
E) 180°

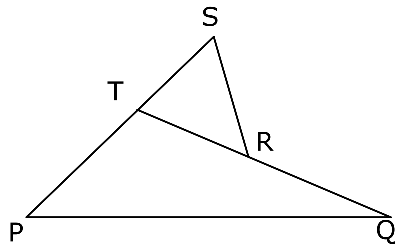


Fig. 14

16. Se puede calcular la medida del ∡ ADE de la figura 15, si:

(1) Los tres ángulos exteriores del Δ ABC miden lo mismo.

(2) El Δ DBE es rectángulo en E.

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

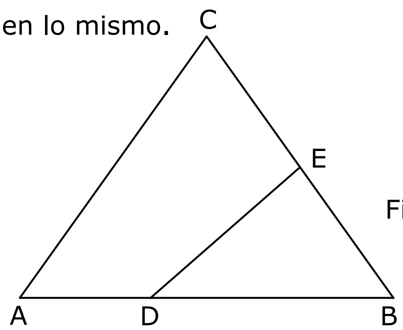


Fig. 15

17. El Δ ABC de la figura 16 es rectángulo si:

(1) $\measuredangle$ BAC = $\measuredangle$ ABC

(2) $\measuredangle$ AFB = 135° ; $\overline{AD}$ y $\overline{BE}$ son bisectrices

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

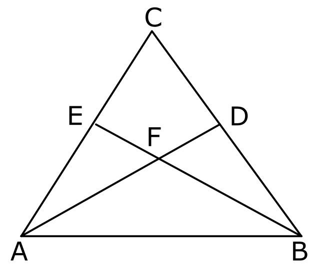


Fig. 16

18. Las medidas de los ángulos α, β y γ del ΔABC de la figura 17, se pueden determinar si:

(1) $\overline{AB} = 2\overline{AC}$

(2) $\overline{AC} \perp \overline{BC}$ y $\alpha = 2\beta$

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

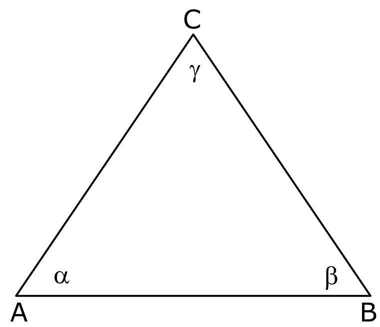


Fig. 17

19. En el ΔABC de la figura 18, $\overline{AC} = \overline{BC}$ y $\overline{BM}$ bisectriz del $\measuredangle$ DBF. La medida del $\measuredangle$ x se puede determinar si:

(1) α = 56º y $\overline{CM} \perp \overline{AB}$

(2) δ = 34º

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

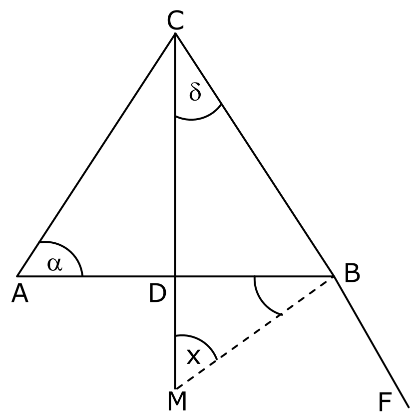


Fig. 18

20. En la figura 19, para determinar la medida del $\measuredangle$ x es necesario saber que:

(1) $\overline{AC}$ bisectriz del $\measuredangle$ DAB.

(2) $\overline{BC}$ bisectriz del $\measuredangle$ DBE.

A) (1) por sí sola
B) (2) por sí sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional

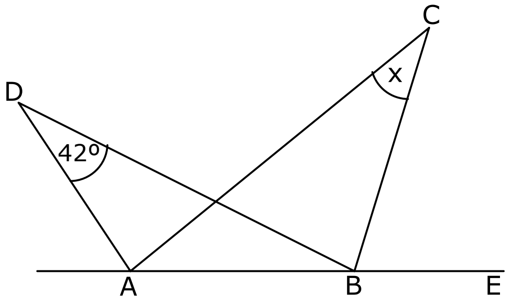


Fig. 18

RESPUESTAS

Págs. \ Ejemplos	1	2	3
1	C	A	
2	B	E	
3	A	C	
4	E	D	E
5	A	C	E

CLAVES PÁG. 6

1. D	6. B	11. A	16. C
2. A	7. E	12. B	17. B
3. C	8. A	13. E	18. B
4. E	9. D	14. B	19. A
5. C	10. B	15. D	20. C

DCIMA011-I