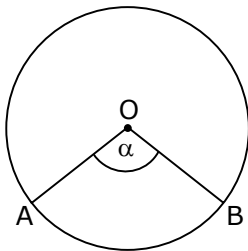


ÁNGULOS EN LA CIRCUNFERENCIA

Todo ángulo del centro tiene igual medida que el arco que subtenden sus lados. El ángulo AOB subtende el arco AB, luego $\alpha = \widehat{AB}^\circ$



EJEMPLOS

1. En la figura 1, los puntos A, B, C, D, E, F, dividen a la circunferencia de centro O, en 6 arcos congruentes. Hallar la medida del \sphericalangle BOC.

Solución

Como la medida angular de la circunferencia es 360° , cada uno de los arcos de la figura miden 60° . Entonces el arco BC = 60° , por tanto \sphericalangle BOC = 60°

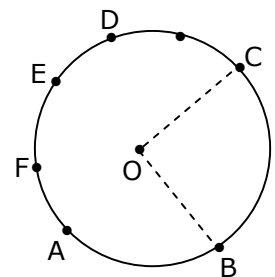


Fig. 1

2. En la figura 2, se tiene una circunferencia de centro O. Si \sphericalangle OAB = 50° , entonces ¿cuál es la medida del arco AB?

Solución

Como el $\triangle ABO$ es isósceles ya que $\overline{AO} = \overline{OB} = r$, entonces \sphericalangle OBA = 50° .

Por lo tanto: \sphericalangle AOB = 80° , lo que implica que $\widehat{AB} = 80^\circ$

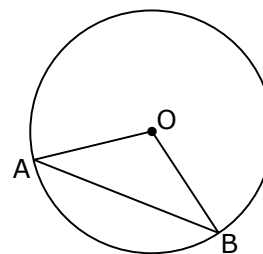
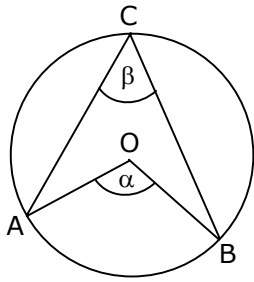


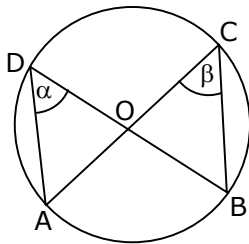
Fig. 2



Todo ángulo inscrito es igual a la mitad del ángulo del centro cuyos lados subtienen el mismo arco.

En la circunferencia de centro O, $\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB$.

Luego $\beta = \frac{\alpha}{2}$



Todos los ángulos inscritos que subtienen el mismo arco tienen igual medida.

En la circunferencia de centro O, $\angle ACB$ y $\angle ADB$ subtienen el arco AB, luego $\angle ACB = \angle ADB$.

Es decir $\beta = \alpha$

EJEMPLOS

1. En la circunferencia de la figura 3, \overline{AB} es diámetro. ¿Cuál es la medida del $\angle ACB$?

Solución

El $\widehat{AMB} = 180^\circ$, entonces el $\angle ACB = 90^\circ$

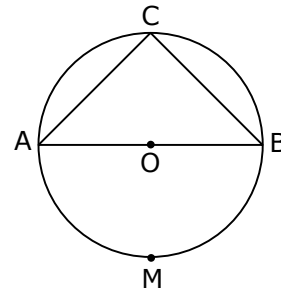


Fig. 3

2. En la circunferencia de centro O (fig. 4), se sabe que $\angle x + \angle y = 60^\circ$. Hallar la medida $\angle AOB$.

Solución

$\angle x = \angle y$, ángulos inscritos que subtienen el mismo arco. Luego, $\angle x = \angle y = 30^\circ$, de lo cual se deduce que arco AB = 60° . Entonces, $\angle AOB = 60^\circ$.

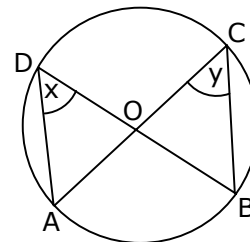


Fig. 4

EJERCICIOS

1. En la circunferencia de centro O de la figura 1, se tiene que $\angle AOB = 100^\circ$. Determina la medida del $\angle ACB$.

$\angle ACB =$

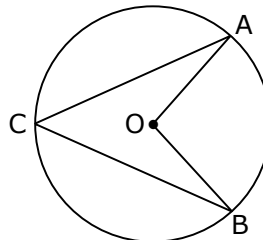


Fig. 1

2. Con los datos entregados en la circunferencia de centro O de la figura 2, determina las medidas de los $\angle \alpha$ y $\angle \beta$.

$\angle \alpha =$

$\angle \beta =$

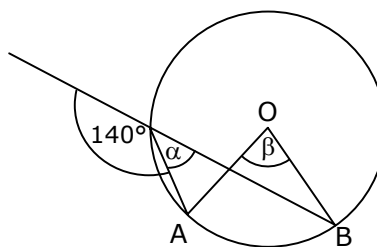


Fig. 2

3. En la figura 3, \overline{AB} diámetro de la circunferencia de centro O. Determina las medidas de los $\angle \alpha$ y $\angle \beta$ con los datos dados en la figura.

$\angle \alpha =$

$\angle \beta =$

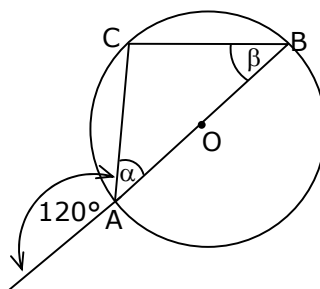


Fig. 3

4. Según los datos dados en la circunferencia de la figura 4, ¿cuánto miden los ángulos α y β ?

$\sphericalangle \alpha =$

$\sphericalangle \beta =$

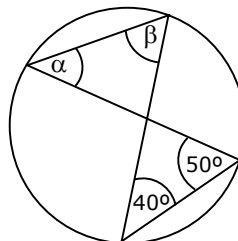


Fig. 4

5. En la circunferencia de centro O de la figura 5, se tiene que $\overline{AB} = \overline{BC}$ y si $\sphericalangle DCA = 20^\circ$. Determina las medidas de los ángulos α , β , γ .

$\sphericalangle \alpha =$

$\sphericalangle \beta =$

$\sphericalangle \gamma =$

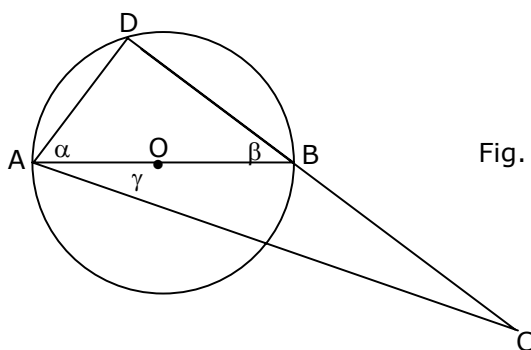


Fig. 5

6. En la circunferencia de centro O, de la figura 6, se sabe que $\sphericalangle BOC = 2\alpha$. Determina la medida del $\sphericalangle ACO$.

$\sphericalangle ACO =$

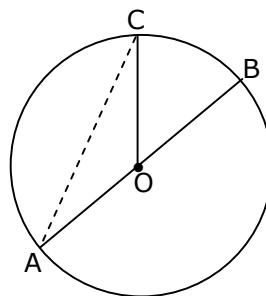


Fig. 6

7. En la figura 7 se tiene una circunferencia de centro O, tal que $\sphericalangle BAC = 3\sphericalangle ABC$. Determina las medidas de los ángulos BAC y ABC.

$\sphericalangle BAC =$

$\sphericalangle ABC =$

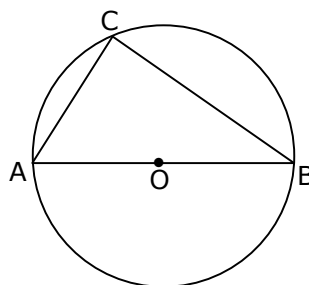


Fig. 7

8. En la circunferencia de la figura 8, se sabe que $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ y que $\angle ABC = 30^\circ$. Determina las medidas de los $\angle \alpha$, $\angle \beta$, $\angle \gamma$ y $\angle \delta$.

$\angle \alpha =$

$\angle \beta =$

$\angle \gamma =$

$\angle \delta =$

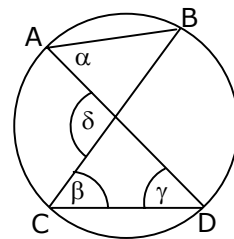


Fig. 8

9. En la figura 9, el centro de la circunferencia es O, y además $\angle x + \angle y = 100^\circ$. Determina la medida del ángulo AOB.

$\angle AOB =$

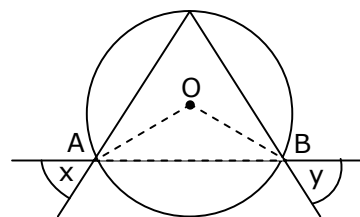


Fig. 9

10. En la figura 10, el hexágono regular está inscrito en la circunferencia de centro O. Determina la medida del $\angle x$ y del $\angle y$.

$\angle x =$

$\angle y =$

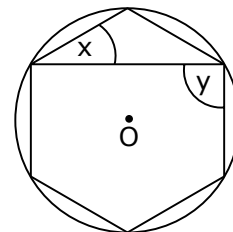


Fig. 10

11. En la circunferencia de centro O (fig. 11), $\angle ACO = 34^\circ$. Determina la medida del $\angle BOC$.

$\angle BOC =$

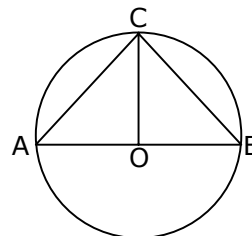


Fig. 11

12. En la circunferencia de centro O (fig. 12) se tiene que $\overline{AB} = \overline{BC}$ y $\widehat{AB} = 160^\circ$. Determina la medida del $\sphericalangle AOC$.

$\sphericalangle AOC =$

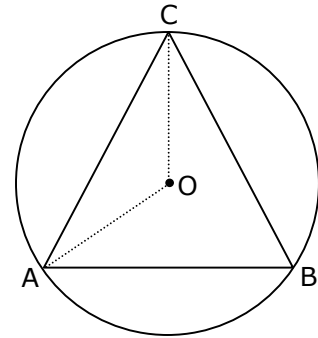


Fig. 12

13. O es el centro de la circunferencia de la figura 13. Determina la medida del $\sphericalangle x$.

$\sphericalangle x =$

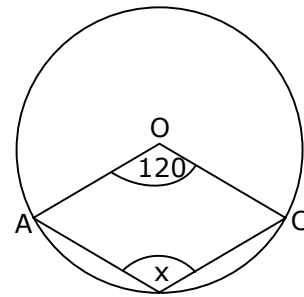


Fig. 13

14. En la circunferencia de centro O de la figura 14, se sabe que $\overline{AD} = \overline{BC}$ y $\sphericalangle DAC = 2\sphericalangle BAC$. Determina la medida del $\sphericalangle CBD$.

$\sphericalangle CBD =$

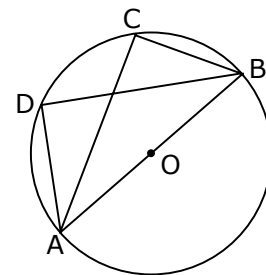


Fig. 14

15. En la circunferencia de centro O de la figura 15, se tiene que $\widehat{AB} = \widehat{BD} = \widehat{DE}$ y $\sphericalangle ACB = 20^\circ$. Entonces, determina la suma de los $\sphericalangle AOE$ y $\sphericalangle DFE$.

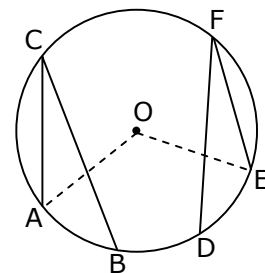


Fig. 15

16. En la circunferencia de centro O (fig. 16), se sabe que $\angle ADB = 40^\circ$ y $\widehat{AB} = 2\widehat{BC}$.
Determina la medida de $\angle AOC$.

$\angle AOC =$

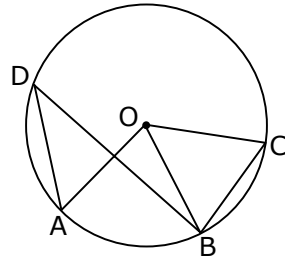


Fig. 16

17. En la figura 17, O es el centro de la circunferencia, $\angle DOC = 60^\circ$ y $\widehat{CD} \cong \widehat{CB}$. Entonces, determina los valores de los $\angle \alpha$ y $\angle \gamma$.

$\angle \alpha =$

$\angle \gamma =$

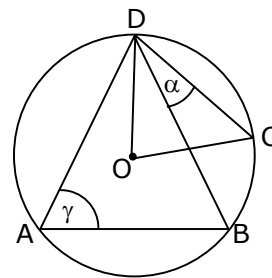


Fig. 17

18. El pentágono inscrito en la circunferencia de centro O (fig. 18) es regular. Entonces, determina la medida del $\angle x$.

$\angle x =$

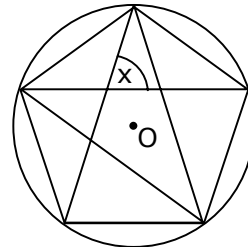


Fig. 18

19. En la circunferencia de centro O (fig. 19) se tiene que $\widehat{AB} = \frac{2}{5}$ de la circunferencia y $\widehat{CB} = \frac{5}{12}$ de la circunferencia. ¿Cuál es la medida del $\angle AOC$?

$\angle AOC =$

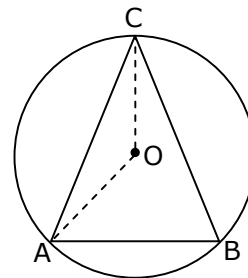


Fig. 19

20. O es el centro de la circunferencia de la figura 20, y $\angle AOC = 2\alpha$. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s)?

- I) $\angle ABC = \alpha$
- II) $\angle OCB = \alpha$
- III) $\angle BAC = 90^\circ - \alpha$

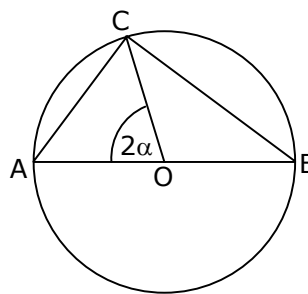


Fig. 20