

**ÁNGULOS EN RECTAS PARALELAS Y EN TRIÁNGULOS**

**Ángulos Alternos**

Alternos internos	Alternos externos
3 y 6	1 y 8
4 y 5	2 y 7

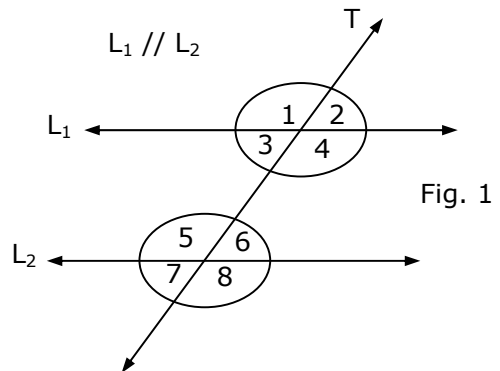


Fig. 1

**Ángulos Correspondientes**

1 y 5	3 y 7	2 y 6	4 y 8
-------	-------	-------	-------

En dos rectas paralelas cortadas por una transversal, son parejas de ángulos de igual medida los:

- A) Ángulos alternos internos
- B) Ángulos alternos externos
- C) Ángulos correspondientes

**OBSERVACIÓN:** En la figura 1, los siguientes pares de ángulos son suplementarios (la suma de sus medidas es igual a 180°)

1 y 7	3 y 5	2 y 8	4 y 6	1 y 6	2 y 5	3 y 8	4 y 7
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

**PROBLEMA DESARROLLADO**

En la figura 2,  $L_1 // L_2$ . Hallar las medidas de  $\alpha$  y  $\beta$ .

**Solución:**

- a)  $2\alpha$  y  $(\alpha + 60^\circ)$  son ángulos suplementarios.  
 Entonces:  $2\alpha + \alpha + 60^\circ = 180^\circ$   
 $3\alpha = 120^\circ$   
 $\alpha = 40^\circ$

- b)  $\beta$  y  $(2\beta - 80^\circ)$  son ángulos alternos externos.  
 Luego:  $2\beta - 80^\circ = \beta$   
 $\beta = 80^\circ$

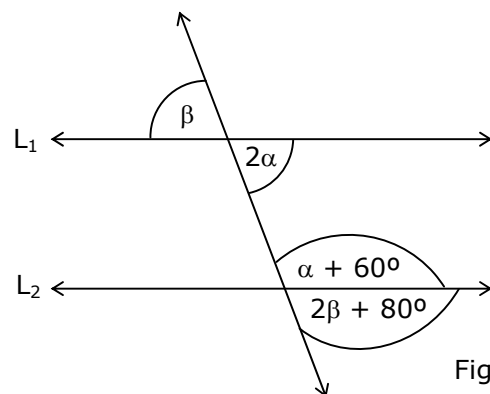


Fig. 2

**EJERCICIOS PROPUESTOS**

1. Si en la figura 1,  $L_1 \parallel L_2$ , ¿cuál es la medida del  $\sphericalangle\beta$ ?

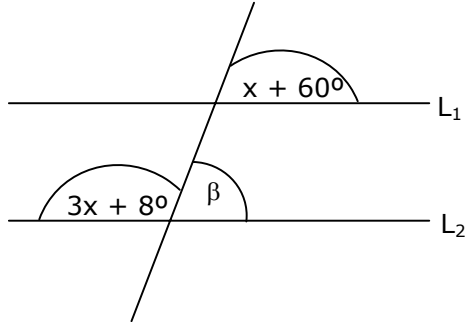


Fig. 1

2. En la figura 2,  $L_1 \parallel L_2$  y  $L_4$  es bisectriz del ángulo formado por  $L_3$  y  $L_2$ . Entonces, ¿cuál es la suma del  $\sphericalangle x$  con el  $\sphericalangle y$ ?

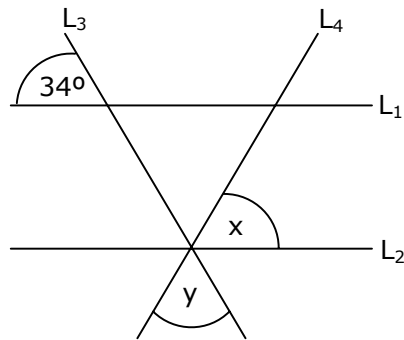


Fig. 2

3. En la figura 3,  $L_1 \parallel L_2$ ;  $L_3 \perp L_2$  y  $L_4$  es bisectriz del ángulo formado por  $L_1$  y  $L_3$ . ¿Cuánto mide el complemento de  $x$ ?

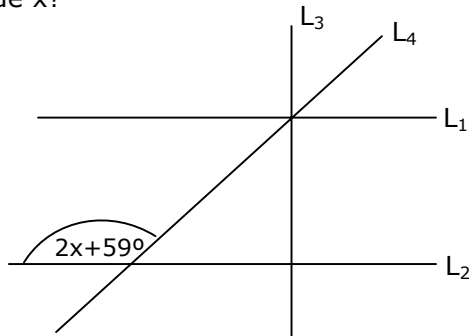


Fig. 3

4. En la figura 4,  $\overline{AB} \parallel \overline{CD} \parallel \overline{EF}$ , ¿cuánto mide el ángulo  $\sphericalangle BEF$ ?

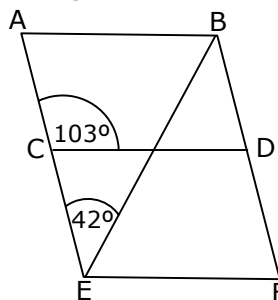


Fig. 4

## TEOREMAS DE ÁNGULOS EN EL TRIÁNGULO

**TEOREMA 1.**

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

**TEOREMA 2.**

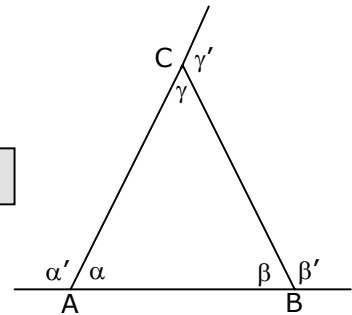
$$\alpha' = \beta + \gamma$$

$$\beta' = \alpha + \gamma$$

$$\gamma' = \alpha + \beta$$

**TEOREMA 3.**

$$\alpha' + \beta' + \gamma' = 360^\circ$$



## PROBLEMAS DESARROLLADOS

1. En un triángulo, uno de sus ángulos interiores mide  $35^\circ$ , y los otros dos son tales que, uno de ellos cuadruplica en medida al otro. ¿Cuánto mide el ángulo mayor?

**Solución:**

Medida del primer ángulo: ..... $35^\circ$

Medida del segundo ángulo:..... $4x$

Medida del tercer ángulo:..... $x$

**Ecuación**

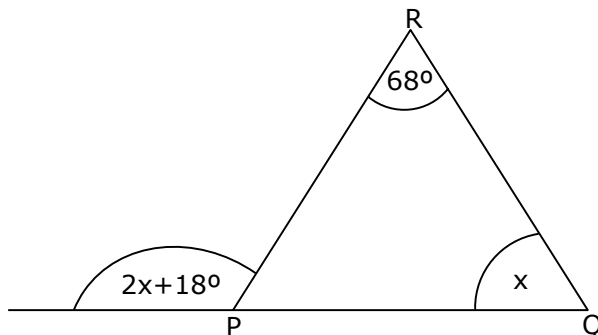
$$35^\circ + 4x + x = 180^\circ$$

$$5x = 180^\circ - 35^\circ$$

$$5x = 145^\circ$$

Luego:  $4 \cdot x = 4 \cdot 29^\circ = 116^\circ$  que es la medida del ángulo mayor.

2. Con los datos proporcionados en el triángulo PQR, halla la medida del ángulo  $x$ .



**Solución:**

Por teorema se tiene: \_\_\_\_\_

**Ecuación:**

$$2x + 18^\circ = 68^\circ + x$$

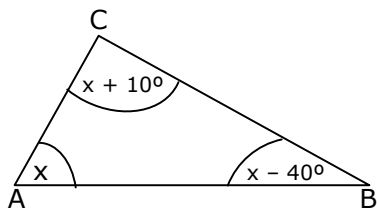
$$x = 68^\circ - 18^\circ$$

$$x = 50^\circ$$

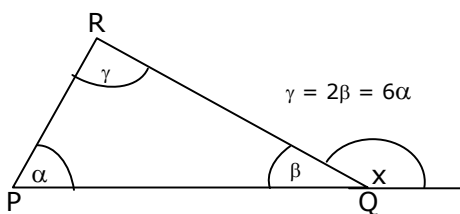
**EJERCICIOS PROPUESTOS**

En cada una de las siguientes figuras, encuentra la medida del ángulo x.

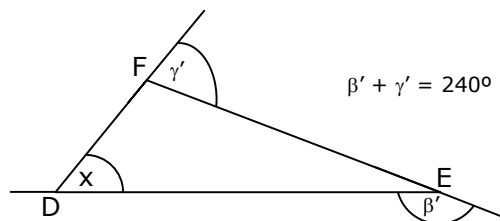
1)



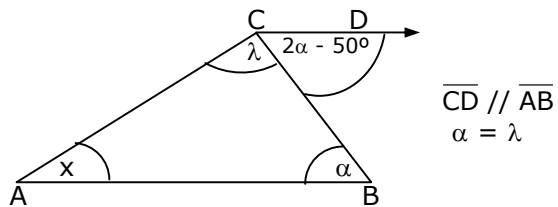
2)



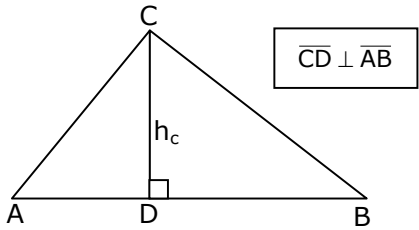
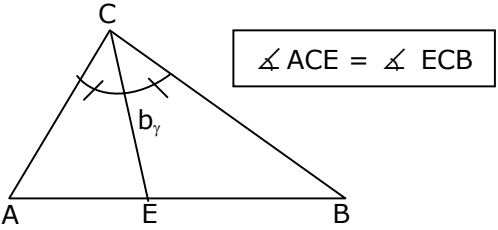
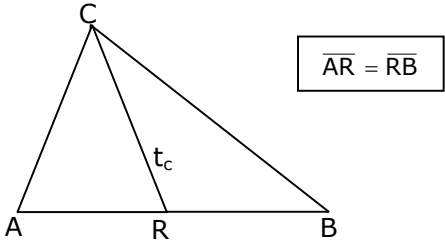
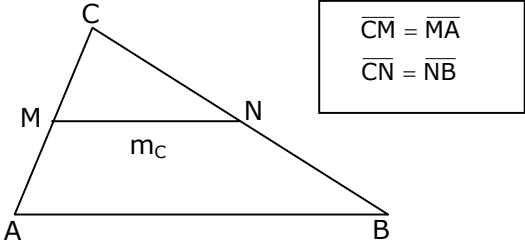
3)



4)



## ELEMENTOS SECUNDARIOS DEL TRIÁNGULO

ELEMENTOS SECUNDARIOS	CARACTERÍSTICAS
<p><b>ALTURA:</b> Es la perpendicular trazada desde un vértice al lado opuesto o a su prolongación. (<math>h_c</math>)</p>	
<p><b>BISECTRIZ:</b> Es el rayo que tiene su origen en el vértice y que divide al ángulo en dos ángulos congruentes (<math>b_y</math>).</p>	
<p><b>TRANSVERSAL DE GRAVEDAD:</b> Es el segmento de recta que une el vértice con el punto medio del lado opuesto (<math>t_c</math>).</p>	
<p><b>MEDIANA:</b> Es el trazo que une los puntos medios de dos lados (<math>m_c</math>).</p>	

### EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Si en el triángulo LMN de la figura 1,  $\angle MNL = 66^\circ$ , entonces ¿cuál es la medida del  $\angle LHM$ ?

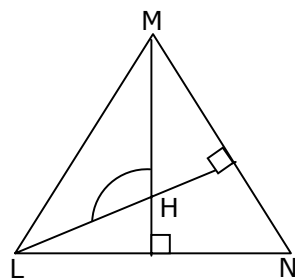
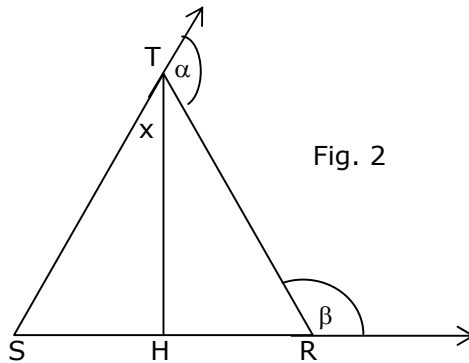
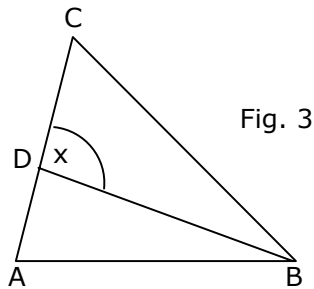


Fig. 1

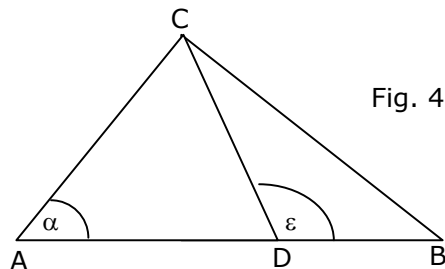
2. En el triángulo SRT de la figura 2,  $\overline{TH}$  es altura,  $\angle \alpha = 110^\circ$  y  $\angle \beta = 140^\circ$ . ¿Cuál es la medida del ángulo  $x$ ?



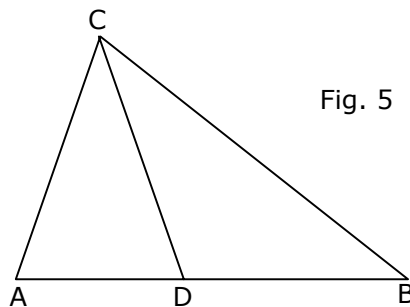
3. En el triángulo ABC de la figura 3,  $\overline{BD}$  es bisectriz del  $\angle ABC$ . Si  $\angle CAB = 70^\circ$  y  $\angle ACB = 50^\circ$ , entonces ¿cuánto mide el ángulo  $x$ ?



4. El  $\triangle ABC$  de la figura 4, es rectángulo en C. Si D es punto medio de  $\overline{AB}$  y  $\varepsilon = 110^\circ$ , entonces ¿cuál es la medida de  $\alpha$ ?



5. En el triángulo ABC rectángulo en C de la figura 5,  $\overline{AD} = \overline{DB}$ . Si  $\angle CAD = 50^\circ$ , entonces ¿cuál es la medida del ángulo DCB?



6. En el  $\triangle ABC$  isósceles de base  $\overline{AC}$  (fig. 6),  $\overline{ED}$  es mediana. Entonces, ¿cuál es la medida del ángulo  $x$ ?

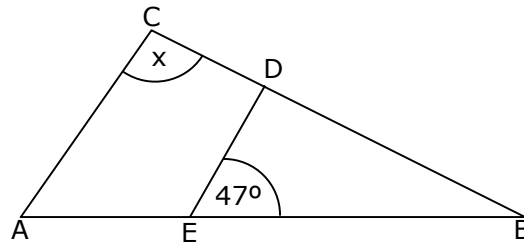


Fig. 6

7. En el  $\triangle ABC$  de la figura 7,  $\overline{CD}$  es bisectriz del  $\sphericalangle ACB$ . Entonces, ¿cuál es la medida del  $\sphericalangle x$ ?

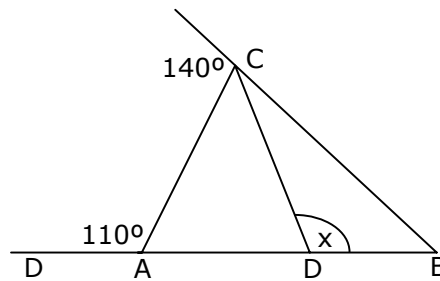


Fig. 7

8. En el triángulo  $ABC$ , rectángulo en  $B$  (figura 8),  $D$  es punto medio del lado  $\overline{AC}$  y el ángulo  $BAC$  mide el doble del ángulo  $ACB$ . ¿Cuál es la medida del ángulo  $ABD$ ?

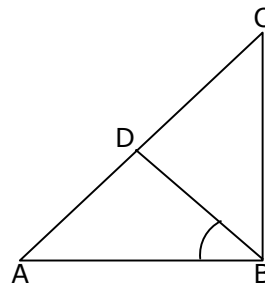


Fig. 8

9. En el  $\triangle ABC$  (figura 9),  $D$  es punto medio de  $\overline{BC}$  y  $\sphericalangle CAD = \sphericalangle BAD$ . Entonces, ¿cuál es la medida del ángulo  $ADB$ ?

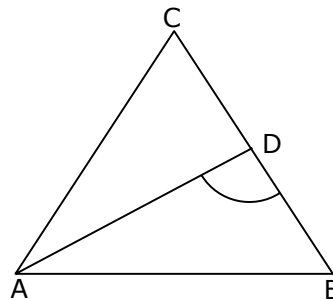
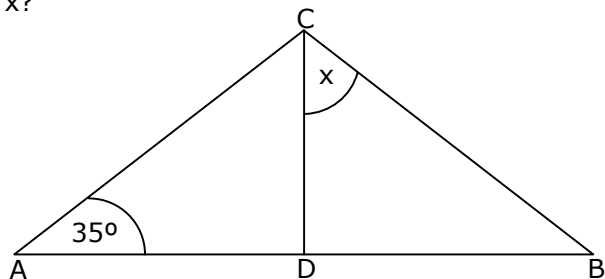
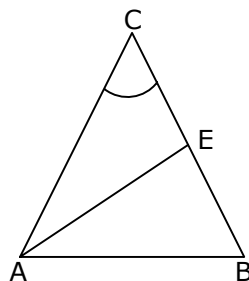


Fig. 9

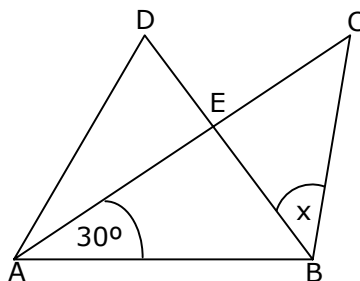
10. En el triángulo ABC de la figura 10,  $\overline{CD}$  es transversal de gravedad y  $\overline{AC} = \overline{BC}$ . Entonces, ¿cuál es la medida del  $\sphericalangle x$ ?



11. En la figura 11,  $\overline{AC} = \overline{BC}$ ,  $\sphericalangle AEB = 90^\circ$  y  $\overline{CE} = \overline{EB}$ . ¿Cuánto mide el ángulo ACB?



12. En la figura 12,  $\overline{AB} = \overline{BD}$ ,  $\overline{BE} = \overline{EC}$  y  $\overline{AC}$  es bisectriz del ángulo BAD. Entonces, ¿cuál es la medida del  $\sphericalangle x$ ?



DCIMA030-I