

UNIDAD: GEOMETRÍA  
**ÁNGULOS**

1. CLASIFICACIÓN DE LOS ÁNGULOS DE ACUERDO A SU MEDIDA

- Ángulo nulo** : Es aquel que mide  $0^\circ$ .  
**Ángulo agudo** : Es aquel que mide más de  $0^\circ$  y menos de  $90^\circ$ .  
**Ángulo recto** : Es aquel que mide  $90^\circ$ .  
**Ángulo obtuso** : Es aquel que mide más de  $90^\circ$  y menos de  $180^\circ$ .  
**Ángulo extendido** : Es aquel que mide  $180^\circ$ .  
**Ángulo completo** : Es aquel que mide  $360^\circ$ .

EJEMPLOS

1. Si  $\alpha$  es un ángulo agudo, entonces el ángulo BOC de la figura 1 es

- A) agudo
- B) recto
- C) obtuso
- D) extendido
- E) completo

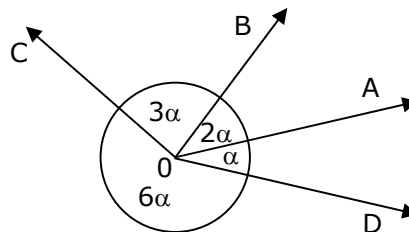


Fig. 1

2. ¿Cuál de las siguientes opciones es siempre verdadera?

- A) La suma de un ángulo agudo con un obtuso resulta extendido
- B) La mitad de un obtuso es un ángulo recto
- C) La suma de un ángulo obtuso con uno extendido resulta completo
- D) La suma de dos ángulos rectos con un extendido resulta completo
- E) La suma de dos ángulos agudos resulta un recto

3. Si en la figura 2,  $\angle BOC = 30^\circ$  y  $\angle AOC = \angle BOD$ , entonces el ángulo COD es

- A) agudo
- B) recto
- C) obtuso
- D) extendido
- E) falta información

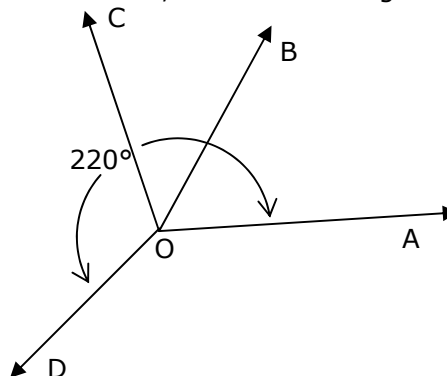
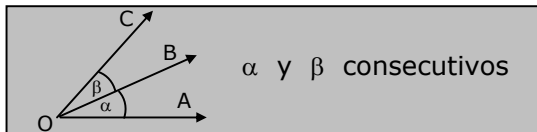


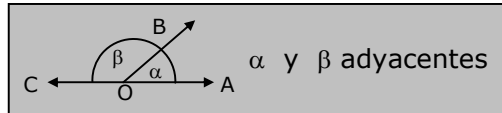
Fig. 2

## 2. CLASIFICACIÓN DE LOS ÁNGULOS SEGÚN SU POSICIÓN

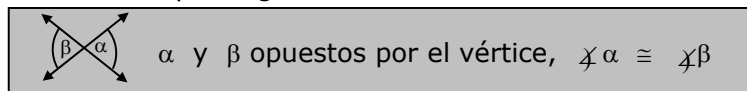
**Ángulos consecutivos** : Son aquellos que tienen el vértice y un lado en común.



**Ángulos adyacentes o par lineal** : Son aquellos que tienen el vértice y un lado en común y los otros dos lados sobre una misma recta.

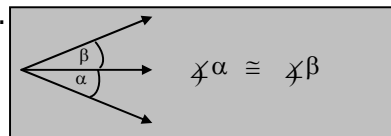


**Ángulos opuestos por el vértice** : Son aquellos que tienen el vértice en común y que los lados de uno son las prolongaciones de los lados del otro.

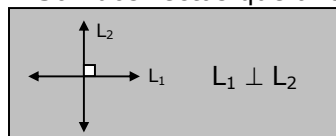


### OBSERVACIONES

a) **Bisectriz de un ángulo** : Es el rayo que divide al ángulo, en dos ángulos de igual medida (congruentes).



b) **Rectas perpendiculares** : Son dos rectas que al cortarse forman un ángulo recto.



### EJEMPLOS

1. En la figura 1, si  $\alpha + \beta = 250^\circ$  y  $\beta + \lambda = 270^\circ$ , entonces  $\beta - \lambda =$

- A)  $110^\circ$
- B)  $90^\circ$
- C)  $70^\circ$
- D)  $50^\circ$
- E)  $30^\circ$

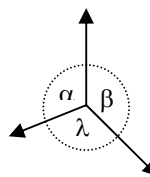


Fig. 1

2. En la figura 2,  $L_1 \perp L_3$ , la recta  $L_4$  bisecta al ángulo formado por  $L_1$  y  $L_3$ , la recta  $L_2$  bisecta el ángulo formado por  $L_3$  y  $L_4$ , entonces ¿Cuál de las alternativas siguientes es Falsa?

- A)  $\sphericalangle 6 = \sphericalangle 7$
- B)  $\sphericalangle 5 = \sphericalangle 2 + \sphericalangle 3$
- C)  $\sphericalangle 1 = \sphericalangle 6 + \sphericalangle 7$
- D)  $\sphericalangle 1 = \sphericalangle 5$
- E)  $\sphericalangle 7 = \sphericalangle 4$

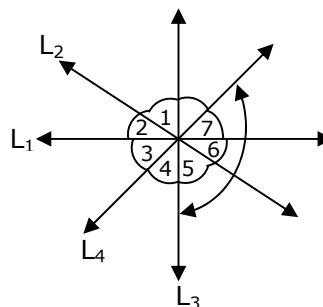


Fig. 2

---

### 3. CLASIFICACIÓN DE LOS ÁNGULOS DE ACUERDO A LA SUMA DE SUS MEDIDAS

**Ángulos complementarios** : Son dos ángulos cuyas medidas suman  $90^\circ$ . Si  $\alpha$  y  $\beta$  son complementarios,  $\alpha$  es el complemento de  $\beta$  y  $\beta$  es el complemento de  $\alpha$ . El complemento de un ángulo  $x$  es  $90^\circ - x$ .

**Ángulos suplementarios** : Son dos ángulos cuyas medidas suman  $180^\circ$ . Si  $\alpha$  y  $\beta$  son suplementarios,  $\alpha$  es el suplemento de  $\beta$  y  $\beta$  es el suplemento de  $\alpha$ . El suplemento de un ángulo  $x$  es  $180^\circ - x$ .

---

#### EJEMPLOS

- El complemento de un ángulo  $\alpha$  es igual al doble de dicho ángulo. ¿Cuánto mide  $\alpha$ ?
  - $60^\circ$
  - $45^\circ$
  - $30^\circ$
  - $20^\circ$
  - $15^\circ$
- El complemento del suplemento de un ángulo  $\alpha$  es  $30^\circ$ . ¿Cuánto mide  $\alpha$ ?
  - $120^\circ$
  - $80^\circ$
  - $60^\circ$
  - $45^\circ$
  - $30^\circ$
- Si  $\alpha$  y  $5\beta$  son ángulos suplementarios, entonces  $\alpha$  en función de  $5\beta$  es
  - $90^\circ - 5\beta$
  - $5\beta - 90^\circ$
  - $180^\circ - 5\beta$
  - $5\beta - 180^\circ$
  - $180^\circ + 5\beta$
- Dos ángulos suplementarios son tales que el mayor excede en  $30^\circ$  a cinco veces el menor. ¿Cuál es la medida del menor de ellos?
  - $15^\circ$
  - $25^\circ$
  - $30^\circ$
  - $35^\circ$
  - $40^\circ$

**4. PARES DE ÁNGULOS FORMADOS POR DOS RECTAS PARALELAS CORTADAS POR UNA TRANSVERSAL**

ÁNGULOS ALTERNOS:

ALTERNOS EXTERNOS	ALTERNOS INTERNOS
1 con 7 2 con 8	3 con 5 4 con 6

**Los ángulos alternos entre paralelas tienen la misma medida.**

ÁNGULOS CORRESPONDIENTES

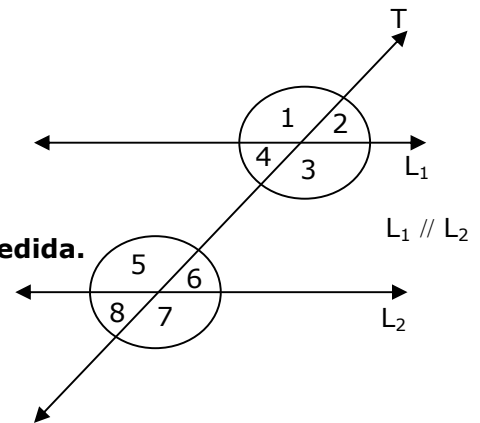
1 con 5	2 con 6	3 con 7	4 con 8
---------	---------	---------	---------

**Los ángulos correspondientes entre paralelas tienen la misma medida.**

ÁNGULOS COLATERALES

COLATERALES EXTERNOS	COLATERALES INTERNOS
1 con 8 2 con 7	4 con 5 3 con 6

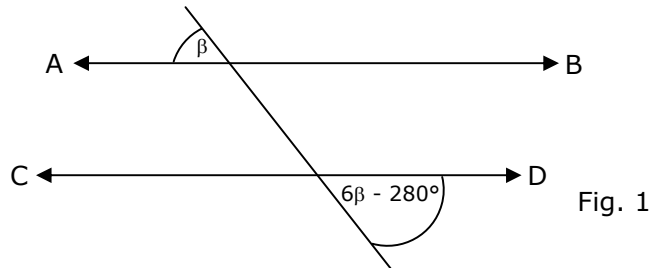
**Los ángulos colaterales entre paralelas suman 180°.**



**EJEMPLOS**

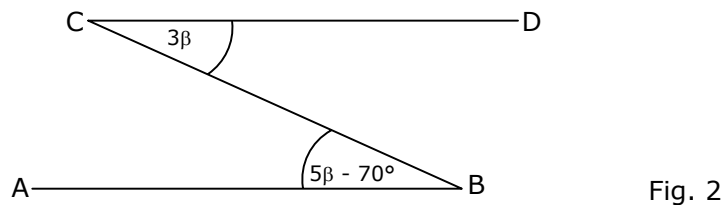
1. En la figura 1,  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ . Entonces, la clasificación de  $\beta$  corresponde a un ángulo

- A) agudo
- B) recto
- C) obtuso
- D) extendido
- E) completo



2. En la figura 2,  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ . ¿Cuánto mide  $\beta$ ?

- A) 15°
- B) 20°
- C) 25°
- D) 30°
- E) 35°



## EJERCICIOS

1. Sea  $\alpha$  un ángulo. Si el triple de  $\alpha$  es un ángulo agudo, entonces  $\alpha$  puede tomar el(los) valor(es):

- I)  $\alpha = 28^\circ$
- II)  $\alpha = 14^\circ$
- III)  $\alpha = 31^\circ$

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo I y III
- D) Sólo I y II
- E) I, II y III

2. Si la mitad del suplemento de  $\alpha$  es igual a la mitad del complemento de  $\beta$ , entonces,  $\alpha - \beta =$

- A)  $90^\circ$
- B)  $45^\circ$
- C)  $30^\circ$
- D)  $135^\circ$
- E)  $180^\circ$

3. "El doble de un ángulo agudo  $\alpha$  es un ángulo obtuso". ¿Cuál(es) de las siguientes medidas de  $\alpha$  cumple(n) la relación enunciada?

- I)  $\alpha = 45^\circ$
- II)  $\alpha = 70^\circ$
- III)  $\alpha = 44^\circ$

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo I y III
- E) Sólo II y III

4. Si  $\alpha$  aumentase en  $5^\circ$ , su complemento mediría  $45^\circ$ , entonces ¿cuánto mide el suplemento de  $\alpha$ ?

- A)  $45^\circ$
- B)  $60^\circ$
- C)  $90^\circ$
- D)  $120^\circ$
- E)  $140^\circ$

5. Si el triple del complemento de  $(\alpha - 30^\circ)$  es igual al suplemento de  $(\alpha - 40^\circ)$ , entonces  $\alpha$  mide
- A)  $25^\circ$
  - B)  $70^\circ$
  - C)  $80^\circ$
  - D)  $100^\circ$
  - E)  $155^\circ$

6. En la figura 1,  $\alpha = 3\beta$  y  $\delta = 2\beta$ , entonces  $2\delta =$

- A)  $120^\circ$
- B)  $60^\circ$
- C)  $45^\circ$
- D)  $30^\circ$
- E)  $15^\circ$

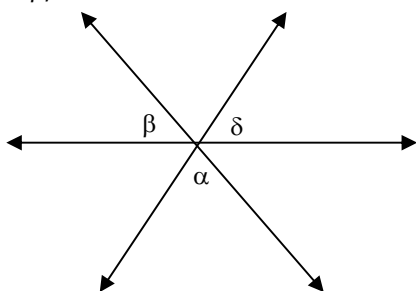


Fig. 1

7. Sabiendo que  $\beta = 70^\circ$  y  $\varepsilon = 40^\circ$ , ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s)?

- I) El complemento de  $\beta - \varepsilon$  es  $30^\circ$ .
- II) El complemento de la mitad de  $\varepsilon$  es igual a la mitad del suplemento de  $\varepsilon$ .
- III) El suplemento de  $\varepsilon$  es igual a  $2\beta$ .

- A) Sólo I y II
- B) Sólo I y III
- C) Sólo II y III
- D) Sólo I, II y III
- E) Ninguna de ellas

8. En la figura 2, se cumple que  $\alpha + 4\beta + 2\lambda + 5\delta =$

- A)  $180^\circ$
- B)  $360^\circ$
- C)  $720^\circ$
- D)  $1080^\circ$
- E) Ninguna de las anteriores

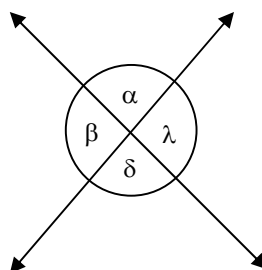


Fig. 2

9. En la figura 3, los puntos E, O y A son colineales. Además,  $\angle BOC = 70^\circ$  y  $2\angle AOB = \angle EOD = 3\angle DOC$ . Entonces, la medida del  $\angle AOB$  es

- A)  $30^\circ$
- B)  $45^\circ$
- C)  $70^\circ$
- D)  $75^\circ$
- E)  $100^\circ$

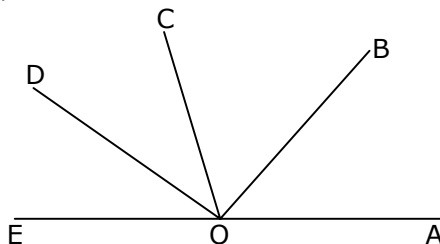


Fig. 3

10. En la figura 4,  $L_1 \parallel L_2$ . ¿Cuánto mide  $\alpha$ ?

- A)  $8^\circ$
- B)  $10^\circ$
- C)  $15^\circ$
- D)  $20^\circ$
- E)  $30^\circ$

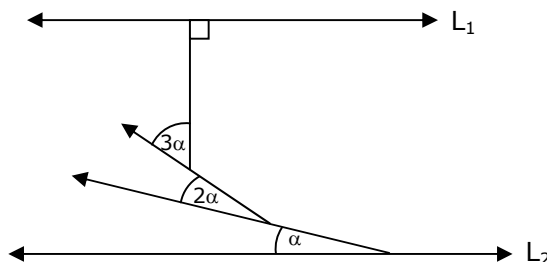


Fig. 4

11. En la figura 5,  $L_1, L_2, L_3$  y  $L_4$  son rectas tales que  $L_3 \parallel L_4$  y  $L_3$  es bisectriz del ángulo obtuso formado por  $L_1$  y  $L_2$ . El valor de x es

- A)  $20^\circ$
- B)  $30^\circ$
- C)  $60^\circ$
- D)  $70^\circ$
- E)  $50^\circ$

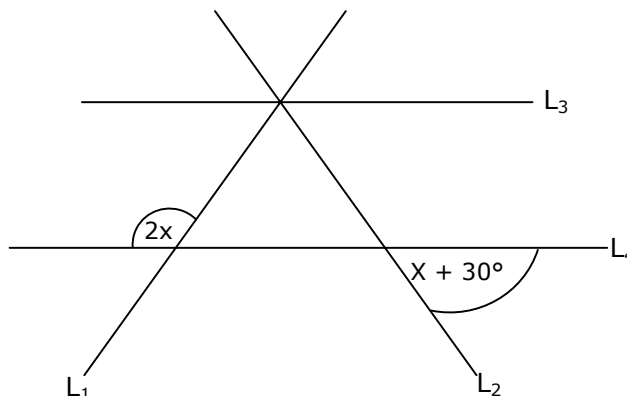


Fig. 5

12. En la figura 6,  $\overline{RS} \parallel \overline{TU}$ ,  $\angle QMP = \angle PMN = \angle MNP$  y  $\angle 1 = \angle 3$ . Entonces,  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 =$

- A)  $135^\circ$
- B)  $145^\circ$
- C)  $150^\circ$
- D)  $180^\circ$
- E) Ninguna de las anteriores

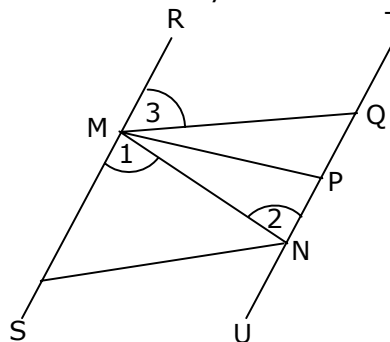
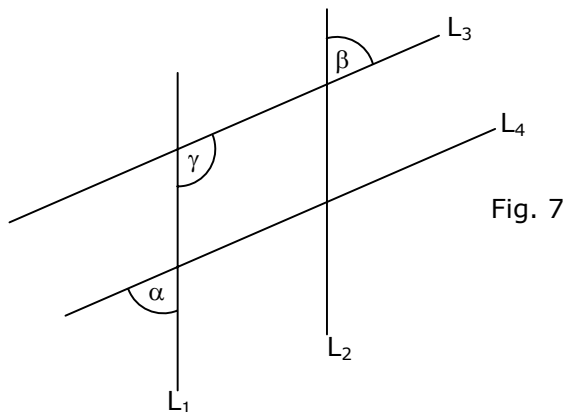


Fig. 6

13. En la figura 7,  $L_1 \parallel L_2$ ,  $L_3 \parallel L_4$  y  $\alpha + \beta = 50^\circ$ . Entonces, el suplemento de  $\gamma$  es

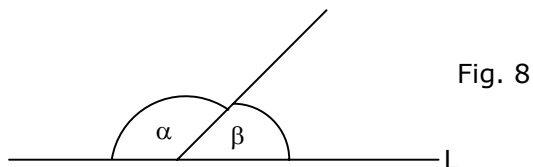
- A)  $25^\circ$
- B)  $50^\circ$
- C)  $90^\circ$
- D)  $130^\circ$
- E)  $155^\circ$



14. En la figura 8, L es una recta. Para determinar la medida  $\sphericalangle \alpha$  es necesario saber que:

- (1)  $\alpha - \beta = 90^\circ$
- (2)  $\alpha = 3\beta$

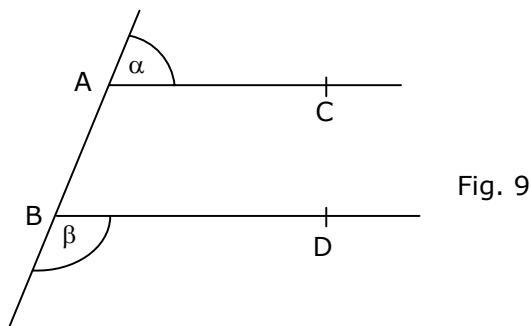
- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional



15. En la figura 9, la medida del  $\sphericalangle \alpha$  se puede determinar si:

- (1)  $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$
- (2)  $7\alpha = 2\beta$

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional



**RESPUESTAS**

Ejemplos Págs.	1	2	3	4
1	B	D	C	
2	D	A		
3	C	A	C	B
4	A	E		

**CLAVES PÁG. 5**

- 1. D    6. A    11. E
- 2. A    7. C    12. A
- 3. B    8. D    13. A
- 4. E    9. A    14. D
- 5. B    10. C    15. C