

**NÚMEROS RACIONALES**

**NÚMEROS RACIONALES** □

$$\square = \left\{ \frac{a}{b} / a \text{ y } b \in \square, \text{ con } b \neq 0 \right\}$$

**AMPLIFICAR Y SIMPLIFICAR**

Sean  $\frac{a}{b} \in \square$  y  $n \in \square - \{0\}$

**Amplificación:**

$$\frac{a}{b} = \frac{n \cdot a}{n \cdot b}$$

**Simplificación:**

$$\frac{a}{b} = \frac{a : n}{b : n}$$

(esto se puede hacer cuando el numerador y el denominador son múltiplos del mismo número).

Ej.  $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 3} = \frac{6}{9}$

Ej.  $\frac{18}{36} = \frac{18 : 9}{36 : 9} = \frac{2}{3}$

**OBSERVACIÓN:** Siempre es conveniente simplificar si es posible antes de operar. Cuando una fracción no se puede simplificar, se dice que dicha fracción es irreductible.

**EJERCICIOS**

1. Amplifica por el número que está entre paréntesis.

a)  $\frac{1}{2} = \frac{\quad}{\quad}$  (5)    b)  $\frac{3}{5} = \frac{\quad}{\quad}$  (7)    c)  $\frac{8}{11} = \frac{\quad}{\quad}$  (8)    d)  $\frac{7}{12} = \frac{\quad}{\quad}$  (10)

2. Encuentra la fracción irreductible.

a)  $\frac{12}{15} = \frac{\quad}{\quad}$     b)  $\frac{24}{32} = \frac{\quad}{\quad}$     c)  $\frac{36}{60} = \frac{\quad}{\quad}$     d)  $\frac{25}{75} = \frac{\quad}{\quad}$

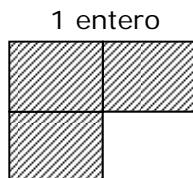
---

## FRACCIÓN PROPIA E IMPROPIA

### Fracción Propia

Es cuando el numerador es menor que el denominador, en valor absoluto.

Ej.  $\frac{3}{4}$ ,  $3 < 4$ . La representación gráfica es:

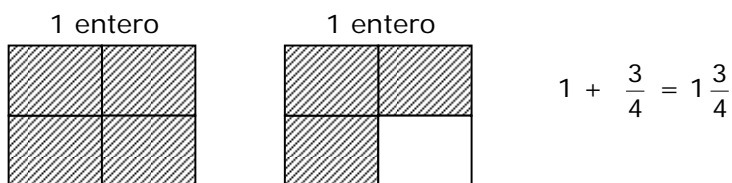


**OBSERVACIÓN** : toda fracción propia es menor que un entero.

### Fracción Impropia

Es aquella en que el numerador es mayor o igual que el denominador, en valor absoluto.

Ej.  $\frac{7}{4}$ ,  $7 > 4$ . La representación gráfica es:



**OBSERVACIÓN:** toda fracción impropia es mayor o igual que un entero, por tanto se puede expresar como **número mixto**.

Para expresar una fracción impropia en número mixto se debe dividir el numerador por el denominador. El cociente es la parte entera y el resto es el numerador de la parte fraccionaria, y siempre se debe conservar el denominador. Para llevar un número mixto a fracción impropia se debe multiplicar el denominador por la parte entera y a este resultado sumarle el numerador de la parte fraccionaria.

Ej.  $\frac{19}{3} \rightarrow \underset{1}{19 : 3 = 6}$

$$\therefore \frac{19}{3} = 6\frac{1}{3}$$

$$-5\frac{1}{4} = -\frac{5 \cdot 4 + 1}{4}$$

$$= -\frac{21}{4}$$

## EJERCICIOS DE DESARROLLO

A) Encierra en un círculo las fracciones propias y en un rectángulo las impropias.

a)  $\frac{5}{8}$

b)  $\frac{-7}{9}$

c)  $\frac{11}{-10}$

d)  $\frac{23}{24}$

e)  $-\frac{101}{100}$

f)  $\frac{525}{519}$

B) Transforma de fracción impropia a número mixto, o de número mixto a fracción impropia, según sea el caso.

a)  $\frac{7}{5} =$       b)  $\frac{18}{7} =$       c)  $\frac{-15}{4} =$       d)  $\frac{29}{9} =$

e)  $2\frac{1}{2} =$       f)  $3\frac{3}{4} =$       g)  $-5\frac{4}{7} =$       h)  $5\frac{2}{10} =$

---

### RELACIONES DE ORDEN

⊗ Para saber si dos racionales son iguales se debe aplicar:

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$	Ej. $\frac{2}{3} = \frac{16}{24}$ , ya que $2 \cdot 24 = 3 \cdot 16$ $48 = 48$
---	---

⊗ Para saber cuando un racional es mayor que otro se pueden aplicar los siguientes criterios:

- 1º Si dos o más racionales positivos tienen igual denominador, entonces el mayor de ellos será aquel que tenga mayor numerador.
- 2º Si dos o más racionales positivos tienen igual numerador, entonces el mayor de ellos es aquel que tiene menor denominador.
- 3º Para observar cuando un racional es mayor que otro se puede aplicar el producto cruzado.

$\frac{a}{b} > \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d > b \cdot c, \text{ b y d positivos}$
--

**OBSERVACIÓN:** Si necesitamos ordenar varios racionales, son más convenientes los criterios 1º y 2º, pues si logramos igualar los denominadores o numeradores, mediante la amplificación o la simplificación, el orden quedará dado por los numeradores o los denominadores. El tercer criterio permite comparar sólo dos racionales por vez, este es recomendable cuando los elementos de los racionales son complicados.

### EJERCICIOS

Ordena en forma creciente los siguientes grupos de racionales.

1.  $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$

2.  $\frac{5}{4}, \frac{7}{8}, \frac{9}{16}, \frac{31}{32}$

3.  $\frac{a}{4}, \frac{a}{3}, \frac{a}{2}$  ( $a \in \mathbb{R}^+$ )

---

## OPERATORIA

### ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$$

$$\text{Ej. } \frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{2 \cdot 5 + 1 \cdot 3}{3 \cdot 5} = \frac{10 + 3}{15} = \frac{13}{15}$$

$$\frac{3}{8} - \frac{3}{12} = \frac{3 \cdot 3 - 3 \cdot 2}{24} = \frac{9 - 6}{24} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$$

En este ejemplo se usó el mínimo común denominador, que es el mínimo común múltiplo entre los denominadores.

### EJERCICIOS DE DESARROLLO

Encuentra el valor de:

$$1. \quad \frac{1}{2} - \frac{1}{3} =$$

$$2. \quad \frac{3}{2} + \frac{1}{4} =$$

$$3. \quad \frac{2}{7} + \frac{1}{4} - \frac{5}{8} =$$

$$4. \quad \frac{1}{2} - \left\{ \frac{1}{4} + \left[ 2 - \frac{6}{5} \right] \right\} =$$

$$5. \quad \frac{5}{8} + \left( 1 - \left[ 1 + \frac{1}{4} \right] - 1 \right) + \frac{3}{4} =$$

---

## MULTIPLICACIÓN

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

$$\text{Ej. } \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{4}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{20}{21}$$

### EJERCICIOS DE DESARROLLO

Multiplica y simplifica si es el caso. (Recuerda que si dos racionales se están multiplicando estos se pueden simplificar cruzado previamente)

$$\text{a) } \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{7} =$$

$$\text{b) } \frac{1}{2} \cdot \frac{19}{20} \cdot 3\frac{1}{2} =$$

$$\text{c) } \frac{5}{6} \cdot \frac{2}{15} \cdot \left( -2\frac{1}{2} \right) =$$

$$\text{d) } \frac{12}{14} \cdot \frac{21}{36} \cdot \left( \frac{3}{2} \right)^2 =$$

---

## DIVISIÓN:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

$$\text{Ej. } \frac{1}{2} : \frac{2}{3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{4}{7} : \frac{1}{14} = \frac{4}{\cancel{7}} \cdot \frac{\cancel{14}}{1} = \frac{4}{1} \cdot \frac{2}{1} = \frac{8}{1} = 8$$

En este ejemplo se simplificó cruzado el 7 y el 14

## EJERCICIOS

Divide y simplifica.

$$1. \quad \frac{4}{5} : \frac{3}{10} =$$

$$2. \quad \frac{8}{9} : \frac{36}{4} : \left(2\frac{1}{4}\right) =$$

$$3. \quad \frac{1}{2} : \frac{3}{2} : \frac{1}{4} =$$

$$4. \quad \frac{12}{24} : 2 =$$

---

## POTENCIAS

Estas propiedades de potencias **nunca** debes olvidar:

- $a^1 = a$
- $1^n = 1$
- $a^n \cdot b^n = (ab)^n$
- $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
- $a^n : b^n = (a : b)^n$
- $a^n : a^m = a^{n-m}$
- $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
- $a^0 = 1$ , si  $a \neq 0$
- $0^n = 0$ , si  $n > 0$

## EJERCICIOS DE DESARROLLO

A) Efectúa las siguientes operaciones

1.  $\left(\frac{2}{3}\right)^0 + \frac{1}{3} + \left(3\frac{1}{3}\right)^{-1} =$

2.  $\left(\frac{3}{5} - \frac{2}{5}\right)^2 - 1\frac{1}{5} =$

3.  $\frac{3}{7} \cdot \left(\frac{6}{5}\right)^{-1} + \frac{3}{4} : \left(\frac{3}{4}\right)^2 =$

4.  $\left(\frac{3}{8} : \frac{3}{4}\right)^0 - \left(2\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{9}\right)^2 =$

B) Resuelve los siguientes problemas

1. En el cumpleaños de Pedro la torta se reparte entre los 12 compañeros que asistieron. Si de ellos 3 no comen torta, y estos trozos se le dan al festejado, ¿qué parte de la torta se comió Pedro?

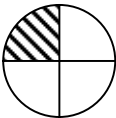

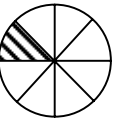
2. Una mamá compra  $3\frac{1}{4}$  kg de plátanos. Si el kilo cuesta \$ 200, ¿cuánto gastó la mamá en plátanos?

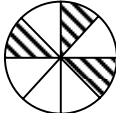

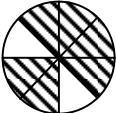

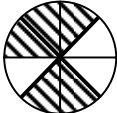
3. ¿A cuánto equivalen los  $\frac{2}{5}$  de \$ 7.500?

4. Representa gráficamente  $\frac{5}{6}$ , si el entero es un círculo.

5. La mitad de los asistentes al cine son niños, un cuarto son abuelos y el resto son papás o mamás. Si al cine asistieron 1.200, ¿cuántos eran papás o mamás?
6. Si queremos representar gráficamente en un entero las fracciones  $\frac{2}{5}$  y  $\frac{1}{6}$ , ¿en cuántas partes debe dividirse el entero?
7. Si la expectativa de vida en Chile es 75 años, ¿qué fracción de tu vida llevas?

**EJERCICIOS DE SELECCIÓN MÚLTIPLE**

1.  +  -  =

- A)  B)  C)  D)  E) 

2.  $2 + \frac{5}{6} + 3 =$

- A)  $5\frac{5}{6}$   
 B)  $\frac{10}{6}$   
 C)  $\frac{30}{6}$   
 D)  $6\frac{1}{6}$   
 E)  $\frac{25}{6}$

3.  $\frac{1}{2} : \left[ -\frac{2}{3} + \frac{5}{6} \right] =$

- A)  $\frac{1}{4}$
- B)  $\frac{1}{3}$
- C) 1
- D) 3
- E)  $3\frac{1}{2}$

4. En el diagrama de la figura 1, el valor que resulta al ingresar el número  $-\frac{1}{3}$ , es

- A)  $\frac{1}{2}$
- B)  $\frac{3}{2}$
- C) 2
- D)  $\frac{9}{4}$
- E)  $\frac{7}{2}$

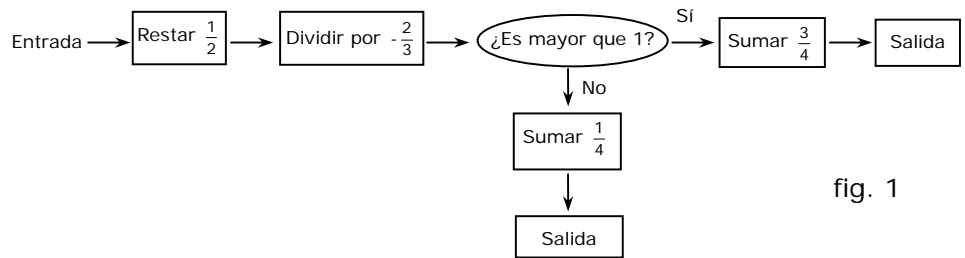


fig. 1

5. ¿Qué parte es  $\frac{3}{25}$  de  $\frac{2}{5}$ ?

- A)  $\frac{125}{6}$
- B)  $\frac{3}{10}$
- C)  $\frac{6}{125}$
- D)  $1\frac{1}{3}$
- E)  $\frac{100}{3}$



6. Si  $a = \frac{2}{3}$ ,  $b = \frac{3}{4}$  y  $c = \frac{4}{5}$ , entonces el orden creciente de estos racionales es

- A)  $a, b, c$
- B)  $b, a, c$
- C)  $a, c, b$
- D)  $c, b, a$
- E)  $b, c, a$

7. ¿A cuántos novenos equivale  $\frac{2}{3}$ ?

- A) 29
- B) 18
- C) 6
- D) 5
- E) 3

8. ¿Cuántas botellas de  $\frac{3}{4}$  litro de capacidad se pueden llenar con  $25\frac{1}{2}$  litros de aceite?

- A) 34
- B)  $25\frac{1}{2}$
- C) 19
- D) 17
- E)  $8\frac{1}{2}$

9. Cada unidad de la recta numérica de la figura 2, ha sido dividida en 5 partes iguales. Luego, la suma  $a + b$  es igual a

- A)  $\frac{21}{5}$
- B)  $\frac{14}{5}$
- C)  $\frac{7}{5}$
- D)  $\frac{2}{5}$
- E)  $\frac{1}{5}$

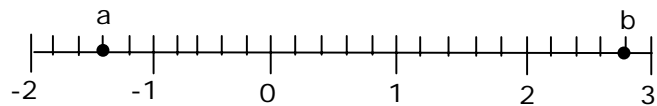


fig. 2

10. ¿Cuál de las siguientes cantidades tiene menor valor?

- A)  $\frac{4}{5}$
- B)  $\frac{7}{9}$
- C)  $\frac{19}{25}$
- D)  $\frac{5}{7}$
- E)  $\frac{9}{11}$

11. \*a es tal que  $*a = \frac{x}{2} + \frac{x^2}{4}$ . ¿Cuál es el valor de \*3?

- A)  $\frac{17}{4}$
- B)  $\frac{16}{4}$
- C)  $\frac{15}{4}$
- D)  $\frac{13}{4}$
- E)  $\frac{12}{4}$

12. Si a  $1\frac{1}{4}$  se le resta su recíproco (inverso multiplicativo) se obtiene

- A)  $\frac{9}{20}$
- B)  $\frac{1}{5}$
- C)  $-\frac{1}{20}$
- D)  $-\frac{1}{5}$
- E)  $-\frac{9}{20}$

13. Resuelve para r:  $\frac{t}{4} + \frac{t}{3} = 1$

- A)  $\frac{11}{8}$
- B)  $\frac{8}{11}$
- C)  $\frac{7}{12}$
- D)  $\frac{12}{7}$
- E)  $\frac{1}{7}$

14. Si  $\frac{2}{3}x$  es  $\frac{1}{10}$  de 60 , entonces  $\frac{1}{10}$  de  $\frac{1}{3}x$  es igual a

- A)  $\frac{1}{10}$
- B)  $\frac{2}{10}$
- C)  $\frac{3}{10}$
- D)  $\frac{4}{10}$
- E)  $\frac{5}{10}$

15.  $1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}} =$

- A) -2
- B) -1
- C) 0
- D) 1
- E) 2