

UNIDAD: NÚMEROS Y PROPORCIONALIDAD

PORCENTAJE

TANTO POR CIENTO

El tanto por ciento es un caso particular de proporcionalidad directa, en que uno de los términos de la proporción es 100:

$$\frac{Q}{C} = \frac{P}{100}$$

- P: Es el tanto por ciento
C: Es la cantidad de referencia
Q: Es el porcentaje

EJEMPLOS

- El 30% de 15 es
 - 50
 - 45
 - 4,5
 - 2
 - $\frac{1}{2}$
- ¿Qué tanto por ciento es 6 de 8?
 - 0,75%
 - 48%
 - 75%
 - 80%
 - $133,\bar{3}\%$
- El 12,5% de un número es 80. ¿Cuál es el número?
 - 10
 - 320
 - 480
 - 640
 - 720

TANTOS POR CIENTOS NOTABLES EXPRESADOS EN FRACCIÓN Y EN NÚMERO DECIMAL

El tanto por ciento **P** de una cantidad **C** expresado en fracción es

$$\text{P\% de C} = \frac{\text{P}}{100} \cdot \text{C}$$

De la igualdad anterior se deduce la siguiente tabla:

TANTO POR CIENTO	FRACCIÓN	DECIMAL
1% de C	$\frac{1}{100} \cdot C$	$0,01 \cdot C$
10% de C	$\frac{1}{10} \cdot C$	$0,1 \cdot C$
12,5% de C	$\frac{1}{8} \cdot C$	$0,125 \cdot C$
20% de C	$\frac{1}{5} \cdot C$	$0,2 \cdot C$
25% de C	$\frac{1}{4} \cdot C$	$0,25 \cdot C$
$33\frac{1}{3}\%$ de C	$\frac{1}{3} \cdot C$	$0,\bar{3} \cdot C$
50% de C	$\frac{1}{2} \cdot C$	$0,5 \cdot C$
$66\frac{2}{3}\%$ de C	$\frac{2}{3} \cdot C$	$0,\bar{6} \cdot C$
75% de C	$\frac{3}{4} \cdot C$	$0,75 \cdot C$
120% de C	$\frac{6}{5} \cdot C$	$1,2 \cdot C$

EJEMPLOS

1. ¿Qué tanto por ciento del cuadrado de la figura 1 es la parte oscura?

- A) 9%
- B) 22%
- C) 25%
- D) $33,\bar{3}\%$
- E) 75%

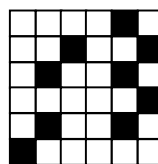


Fig. 1

2. ¿Cuál es el $33\frac{1}{3}\%$ de $33\frac{1}{3}$?

- A) $\frac{1}{9}$
- B) 1
- C) 11
- D) $11\frac{1}{3}$
- E) $11\frac{1}{9}$

OPERACIONES CON TANTOS POR CIENTOS

- i) Dos o más tantos por cientos de una misma cantidad se pueden sumar o restar

$$a\% \text{ de } C \pm b\% \text{ de } C = (a \pm b)\% \text{ de } C$$

- ii) El tanto por ciento del tanto por ciento de una cantidad es igual al producto de los tantos por cientos

$$\text{el } a\% \text{ del } b\% \text{ de } C = \frac{a}{100} \cdot \frac{b}{100} \cdot C$$

EJEMPLOS

1. El 20% de a más el 35% de a es

- A) $\frac{3a}{20}$
- B) $\frac{7a}{100}$
- C) $\frac{11}{20}a$
- D) $7a$
- E) $55a$

2. En la carrera de Ingeniería se retira el 20% de los alumnos por rendimiento y el 10% por no gustarle la carrera. Si al inicio había 600 alumnos, entonces ¿cuántos alumnos quedan?

- A) 180
- B) 420
- C) 432
- D) 480
- E) 540

3. El 75% del $66\frac{2}{3}\%$ de A es lo mismo que

- A) 0,5% de A
- B) $41\frac{2}{3}$ de A
- C) 50% de A
- D) 80% de A
- E) 200% de A

AUMENTO PORCENTUAL

Al aumentar una cantidad **C** en su **P** por ciento se obtiene la cantidad **C'**, que está dada por la fórmula:

$$C' = C \cdot \left(1 + \frac{P}{100}\right)$$

EJEMPLOS

- Se desea vender un televisor con un 20% de ganancia. ¿Cuánto será el precio de venta, si el costo fue de \$187.520?
 - \$225.024
 - \$156.267
 - \$150.016
 - \$140.640
 - \$ 37.504
- ¿Cuál(es) de las siguientes expresiones corresponde(n) al valor comercial de un automóvil, si el precio sin IVA (19%) es C?
 - $C + \frac{19}{100}C$
 - $\frac{119}{100}C$
 - 1,19 C
 - Sólo I
 - Sólo I y II
 - Sólo I y III
 - Sólo II y III
 - I, II y III
- Por un artículo se paga \$23.800 incluido el I.V.A. (19%). Su valor sin impuesto es
 - \$ 4.522
 - \$19.040
 - \$19.278
 - \$20.000
 - \$28.322

DISMINUCIÓN PORCENTUAL

Al disminuir una cantidad **C** en su **P** por ciento se obtiene la cantidad **C'**, que está dada por la fórmula:

$$C' = C \left(1 - \frac{P}{100} \right)$$

EJEMPLOS

- ¿Cuál es el precio oferta de una camisa, si su precio sin rebaja es \$5.670 y se hizo un 20% de descuento?
 - \$1.134
 - \$3.402
 - \$4.536
 - \$4.725
 - \$6.804

- El estanque de un automóvil se llena con "b" litros de bencina. Si el litro costaba \$c y bajó un 2% , entonces ¿cuántos pesos se necesitarán para llenar el estanque cuando está vacío?
 - \$ $\frac{b(2 - c)}{100}$
 - \$ $\left[b - \frac{(c - 2)}{100} \right]$
 - \$ $\left(bc - \frac{2c}{100} \right)$
 - \$ $\left(bc - \frac{2b}{100} \right)$
 - \$ $\left(bc - \frac{2bc}{100} \right)$

- En la primera semana de liquidación en una tienda comercial, se hace un descuento del 15% por cualquier artículo. En la segunda semana, se aplica un 20% de descuento sobre el anterior. Entonces, el descuento único es de
 - 3%
 - 32%
 - 35%
 - 65%
 - 68%

INTERÉS SIMPLE

Una cantidad **C** crece a una tasa del **i** % por unidad de tiempo en un periodo de **n** unidades, en un régimen de crecimiento simple, si el crecimiento en cada unidad de tiempo es fijo.

La cantidad final **C_F** después de cumplido el periodo **n** está dada por la fórmula:

$$C_F = C \left[1 + n \cdot \frac{i}{100} \right]$$

OBSERVACIÓN: Un capital está sometido a un régimen de interés simple cuando, al finalizar el periodo mínimo de depósito, los intereses son retirados. En este caso el capital permanece inalterable.

EJEMPLOS

- Un capital de \$ 300.000 se deposita en un banco que ofrece un 0,5% de interés mensual. Al cabo de 3 meses, en un régimen de interés simple. ¿Cuánto es el nuevo capital?
 - \$301.500
 - \$304.500
 - \$304.523
 - \$450.000
 - \$750.000

- Pedro deposita \$ 1.800.000 en el banco UUVA a un interés simple mensual de un 0,7%. ¿Qué ganancia obtendrá en un periodo de 5 meses?
 - \$1.863.000
 - \$186.300
 - \$126.000
 - \$630.000
 - \$63.000

- ¿Qué capital debe invertirse en un negocio que rinde el 6% anual de interés simple, para obtener \$6.000.000 de utilidades en 2 años?
 - \$10.000.000
 - \$36.000.000
 - \$50.000.000
 - \$60.000.000
 - \$72.000.000

INTERÉS COMPUESTO

Una cantidad **C** crece a una tasa del **i** % por unidad de tiempo en un periodo de **n** unidades, en un régimen de crecimiento compuesto, si el crecimiento en cada unidad de tiempo se agrega a **C** de modo que al final de cada unidad hay una nueva cantidad.

La fórmula para calcular la cantidad final **C_F** después de cumplido el periodo **n** es:

$$C_F = C \left[1 + \frac{i}{100} \right]^n$$

OBSERVACIÓN: Un capital está sometido a un régimen de interés compuesto cuando, al finalizar el periodo mínimo de depósito, los intereses no se retiran y se añaden al capital para producir nuevos intereses.

EJEMPLOS

- Mario invierte \$ 1.000.000 a un interés compuesto anual del 10%. ¿Cuánto es el capital final de Mario, luego de 3 años?
 - \$331.000
 - \$1.030.301
 - \$1.100.000
 - \$1.300.000
 - \$1.331.000
- Paulina deposita \$ 5.000.000 en una entidad bancaria a un interés compuesto semestral del 2,5%. ¿Qué expresión representa la cantidad de dinero que dispondrá Paulina, al cabo de 24 meses?
 - $\$5.000.000 \cdot (1,025)^4$
 - $\$5.000.000 \cdot (1,25)^4$
 - $\$5.000.000 \cdot (0,025)^4$
 - $\$5.000.000 \cdot (1,025)^{24}$
 - $\$5.000.000 \cdot (1,25)^{24}$
- Según el censo del año 1992 la ciudad de Quillota tenía aproximadamente 200.000 habitantes. En los siguientes 4 años creció a una tasa del 4% anual. En el año 1996 el gobierno aplicó un programa de control de natalidad bajando la tasa de crecimiento sólo a un 2%. De acuerdo a lo anterior, para el censo del año 2002, los habitantes de Quillota debieron ser aproximadamente
 - $200.000 \cdot (1,06)^{10}$ habitantes
 - $200.000 \cdot (0,04)^4 \cdot (0,02)^6$ habitantes
 - $200.000 \cdot (1,04)^4 \cdot (1,02)^6$ habitantes
 - $200.000 \cdot (1,04)^6 \cdot (1,02)^4$ habitantes
 - $200.000 \cdot [1 + 4(0,04) + 6(0,02)]$ habitantes

EJERCICIOS

1. La siguiente tabla nos muestra la estadística de lo que están realizando los 40 alumnos de un curso. ¿Qué tanto por ciento de los alumnos está conversando?

- A) 0,05%
- B) 0,5%
- C) 5%
- D) 0,52%
- E) 5,2%

	Nº ALUMNOS
Alumnos calculando	15
Alumnos leyendo	23
Alumnos conversando	2

2. En junio del 2002 Sebastián pesaba 93 kg. Si después de un régimen de 3 meses disminuyó su peso en un $33\frac{1}{3}\%$, ¿cuánto fue su nuevo peso?

- A) 90 kg
- B) 63 kg
- C) 62 kg
- D) 60 kg
- E) 31 kg

3. El Sr. González debía 8000 unidades de Fomento al Banco estatal hace tres meses. Dos meses atrás pagó un 25% de la deuda y el mes pasado pagó el 25% de la deuda restante. Si este mes desea terminar con la deuda, entonces tendrá que pagar

- A) 1.500 U.F.
- B) 2.000 U.F.
- C) 3.500 U.F.
- D) 4.000 U.F.
- E) 4.500 U.F.

4. El 0,08% de A equivale a

- A) $\frac{8}{100} A$
- B) $\frac{8}{1000} A$
- C) 125 A
- D) $\frac{2}{25} A$
- E) $\frac{1}{1250} A$

5. Al calcular el **a%** del **b%** de **c** resulta

A) $a \cdot b \cdot c \cdot 10^{-4}$

B) $a \cdot b \cdot c \cdot 10^4$

C) $\frac{a \cdot b}{c \cdot 10^4}$

D) $\frac{a \cdot b \cdot 10^{-4}}{c}$

E) $\frac{a \cdot b}{c \cdot 10^{-4}}$

6. Si el valor de la cuota del Mes de Marzo del Centro General de Padres del Colegio "Rodo" es \$2.000 y se reajusta mensualmente según el IPC, ¿cuál será el valor de la cuota del mes de Abril, sabiendo que el IPC del mes de Marzo fue igual a 0,8%?

A) \$2.016

B) \$2.014

C) \$2.018

D) \$2.120

E) \$2.160

7. Durante 2003, el agua caída en Santiago llegó a **p** mm y en el 2004 aumentó a **(p + q)** mm. ¿Cuál es la expresión apropiada para representar el tanto por ciento de aumento?

A) $\frac{100q}{p} \%$

B) $100(p - q) \%$

C) $\frac{100(p - q)}{p} \%$

D) $\frac{100p}{q} \%$

E) $\frac{pq}{100} \%$

8. Por el arriendo de un local se paga \$300.000 el cual se reajusta cada 3 meses según I.P.C. Si en el trimestre Enero-Marzo el I.P.C. fue de un 0,9% y en el trimestre Abril-Junio fue de un 1,1%, ¿cuál será el arriendo a pagar en el mes de Julio?

A) \$ $1,2 \cdot 300.000$

B) \$ $1,02 \cdot 300.000$

C) \$ $1,09 \cdot 1,11 \cdot 300.000$

D) \$ $1,009 \cdot 1,011 \cdot 300.000$

E) \$ $1,009 \cdot 0,011 \cdot 300.000$

9. Un artículo, incluido un impuesto del 16%, cuesta \$x. ¿Cuánto cuesta el artículo sin este impuesto?
- A) $x - \frac{16}{100}$
- B) $x - \frac{16}{100}x$
- C) $\frac{x}{0,16}$
- D) $\frac{x}{0,84}$
- E) $\frac{x}{1,16}$
10. En dos liquidaciones sucesivas, todos los artículos de una tienda son rebajados en un 20% y luego los nuevos precios, se vuelven a rebajar en un 10%. Entonces, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?
- I) Si una chaqueta valía originalmente \$20.000, en la segunda liquidación costaba \$14.400.
- II) Si Eugenio le compra a su hijo Dieguito un tren que inicialmente valía \$150.000, entonces en la segunda liquidación deberá pagar \$105.000.
- III) Si en la segunda liquidación Ximena pagó \$7.200, entonces el precio inicial del artículo era de \$10.000.
- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo I y III
- E) I, II y III
11. En un curso, un 8% de los alumnos se retiró antes de fin de año. De los alumnos restantes, reprueba el 25%. ¿Qué tanto por ciento de los alumnos iniciales aprobó el curso?
- A) 75%
- B) 69%
- C) 67%
- D) 33%
- E) 31%

12. Si a una cantidad A se le suma su 20% y a la cantidad así obtenida se le resta su 20%, el tanto por ciento de la cantidad original que queda es
- A) 24%
 - B) 54%
 - C) 80%
 - D) 96%
 - E) 100%
13. Un comerciante aumenta el precio de un metro de género en un 20% y posteriormente lo rebaja en un 30% resultando así \$6.300. ¿Cuál era el precio primitivo?
- A) \$9.000
 - B) \$7.500
 - C) \$7.000
 - D) \$5.292
 - E) \$5.250
14. Se depositan en un banco \$ 2.000.000 a un interés simple mensual de un 0,8 %. Al cabo de 6 meses, ¿cuánto es el capital final?
- A) \$96.000
 - B) \$2.016.000
 - C) \$2.048.000
 - D) \$2.096.000
 - E) \$11.600.000
15. El capital final que se obtiene al cabo de 10 meses, al depositar 4 millones de pesos a un interés compuesto mensual del 2,5% es
- A) $4.000.000 \cdot (1,025)^{10}$
 - B) $4.000.000 \cdot (0,025)^{10}$
 - C) $4.000.000 \cdot (13,5)^{10}$
 - D) $4.000.000 \cdot (1,25)$
 - E) $4.000.000 \cdot (1,025)$

16. Una población de p habitantes crece anualmente un 2%. ¿Cuál es la nueva población al cabo de dos años ?
- A) $(0,04) \cdot p$ habitantes
 - B) $(1,04) \cdot p$ habitantes
 - C) $(0,02)^2 \cdot p$ habitantes
 - D) $(1,2)^2 \cdot p$ habitantes
 - E) $(1,02)^2 \cdot p$ habitantes
17. Pedro obtuvo un préstamo a un régimen de interés simple de un 3% mensual por un periodo de 90 días y pagó de intereses \$ 72.000. ¿Cuál fue el valor del préstamo?
- A) \$240.000
 - B) \$800.000
 - C) \$872.000
 - D) \$2.400.000
 - E) \$8.000.000
18. Patricio encuentra una libreta de ahorro con un solo depósito de \$ 10.000, realizado hace 20 años. Si la entidad bancaria ofrecía un 6% de interés compuesto anual y suponiendo que este no ha variado, ¿qué cantidad de dinero debería haber en la libreta, en la actualidad?
- A) $\$10.000 \cdot (1,06)^{20}$
 - B) $\$10.000 \cdot (0,06)^{20}$
 - C) $\$10.000 \cdot 0,06 \cdot 20$
 - D) $\$10.000 \cdot 1,06 \cdot 20$
 - E) $\$10.000 \cdot 2,2$
19. Se deposita un capital de \$ 15.000 en un régimen de interés simple mensual. Al cabo de 8 meses, el capital final es de \$ 15.300, ¿cuál es la tasa de interés simple anual?
- A) 4%
 - B) 3%
 - C) 1,5%
 - D) 0,25%
 - E) 0,03%

20. Se invirtió un capital a un interés compuesto anual del 10%. Si luego de 5 años, el capital acumulado ascendía a \$ 1.610.510, ¿cuál fue el capital inicial?

A) $\$1.610.510 \cdot (1 + 0,1)^5$

B) $\$ \frac{1.610.510}{0,5}$

C) $\$ \frac{1.610.510}{(1 + 10)^5}$

D) $\$ \frac{1.610.510}{(1 + 0,5)}$

E) $\$ \frac{1.610.510}{(1 + 0,1)^5}$

21. ¿Cuántos años se necesitan para que un capital se duplique, si está invertido al 5% de interés simple anual?

A) 60 años

B) 40 años

C) 20 años

D) 15 años

E) 14 años

22. Según el censo del año 2002 la población de Chile era de 15 millones de habitantes, aproximadamente, y la tasa anual de crecimiento a partir del año 2002 es 1,014%. Sabiendo que la densidad poblacional se define como el número de habitantes por kilómetro cuadrado, y la superficie de Chile mide 740 mil kilómetros cuadrados, entonces, ¿cuál de las siguientes expresiones representa la densidad poblacional estimada para el año 2010 ?

A) $\frac{15.000.000(1,014)^8}{740.000}$

B) $\frac{15.000.000(1 + 1,014)^8}{740.000}$

C) $\frac{15.000.000(1 + 0,01014)^8}{740.000}$

D) $\frac{15.000.000(1 + 8 + 1,014)^8}{740.000}$

E) $\frac{15.000.000(1 + 8 \cdot 0,01014)^8}{740.000}$

23. Dos personas tienen igual capital. La primera lo ha colocado al 8 % de interés simple mensual, la segunda al 10 % de interés simple mensual. Si la ganancia de la segunda, al cabo de dos meses, excede a la primera en \$ 4.000, ¿cuál es el capital de cada uno?
- A) \$50.000
 - B) \$100.000
 - C) \$200.000
 - D) \$400.000
 - E) \$800.000
24. Se puede determinar el valor de c si :
- (1) Al aumentar c en un 18% resulta \$3.540
 - (2) Al disminuir c en un 15% resulta \$2.550
- A) (1) por sí sola.
 - B) (2) por sí sola.
 - C) Ambas juntas, (1) y (2).
 - D) Cada una por sí sola, (1) ó (2).
 - E) Se requiere información adicional.
25. ¿A qué interés compuesto anual debe colocarse un capital c para que aumente en su 12,5%?
- (1) $c = 1.000.000$.
 - (2) Para que c aumente en un 12,5% se coloca en un período de interés compuesto anual de 2 años.
- A) (1) por sí sola.
 - B) (2) por sí sola.
 - C) Ambas juntas, (1) y (2).
 - D) Cada una por sí sola, (1) ó (2).
 - E) Se requiere información adicional.

RESPUESTAS

Ejemplos Págs.	1	2	3
1	C	C	D
2	C	E	
3	C	B	C
4	A	E	D
5	C	E	B
6	B	E	C
7	E	A	C

CLAVES PÁG. 8

1. C 6. A 11. B 16. E 21. C
2. C 7. A 12. D 17. B 22. C
3. E 8. D 13. B 18. A 23. B
4. E 9. E 14. D 19. B 24. D
5. A 10. D 15. A 20. E 25. B