

**UNIDAD: NÚMEROS Y PROPORCIONALIDAD**  
**NÚMEROS RACIONALES****1. NÚMEROS RACIONALES**

Los números racionales son todos aquellos números de la forma  $\frac{a}{b}$  con a y b números enteros y b distinto de cero. El conjunto de los números racionales se representa por la letra  $\mathbb{Q}$ .

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} / a, b \in \mathbb{Z} \text{ y } b \neq 0 \right\}$$

**2. IGUALDAD ENTRE NÚMEROS RACIONALES**

$$\text{Sean } \frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}. \text{ Entonces, } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

**EJEMPLOS**

1. ¿Cuál(es) de las siguientes expresiones representa(n) un número racional?

- I)  $\frac{3}{-4}$
- II)  $0$
- III)  $\frac{8}{0}$

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo I y II
- D) Sólo I y III
- E) Todas ellas

2. Si  $\frac{a}{b} = \frac{-3}{4}$ , entonces se puede concluir que

- A)  $a = -3$  y  $b = 4$
- B)  $a = 3$  y  $b = -4$
- C)  $a = -6$  y  $b = 8$
- D)  $3b = -4a$
- E)  $4a = 3b$

---

## ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

Si  $\frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$ , entonces :

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$$

### OBSERVACIONES

1. El inverso aditivo (u opuesto) de  $\frac{a}{b}$  es  $-\frac{a}{b}$ , el cual se puede escribir también como  $\frac{-a}{b}$  o  $\frac{a}{-b}$

2. El número mixto  $A\frac{b}{c}$  se transforma a fracción con la siguiente fórmula:

$$A\frac{b}{c} = \frac{A \times c + b}{c}$$

---

### EJEMPLOS

1. Si  $T = -2\frac{1}{2}$  y  $S = -4\frac{3}{4}$ , entonces  $S - T =$

A)  $-7\frac{1}{4}$

B)  $-2\frac{1}{4}$

C)  $-1\frac{1}{4}$

D)  $2\frac{1}{4}$

E)  $7\frac{1}{4}$

2. Si  $\frac{a}{b}$  es el inverso aditivo de  $(-\frac{a}{b})$ , entonces el inverso aditivo del número que resulta al restar la unidad a la mitad de la unidad es

A)  $-\frac{3}{2}$

B)  $-\frac{1}{2}$

C) 0

D)  $\frac{3}{2}$

E)  $\frac{1}{2}$

---

## MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

Si  $\frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$ , entonces :

**MULTIPLICACIÓN** :  $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$

**DIVISIÓN** :  $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}, c \neq 0$

### OBSERVACIÓN

El inverso multiplicativo (o recíproco) de  $\frac{a}{b}$  es  $\left[\frac{a}{b}\right]^{-1} = \frac{b}{a}$ , con  $a \neq 0$

---

### EJEMPLOS

1.  $\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right] : \left[\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{3} - \frac{1}{2}\right] =$

- A) -1
- B)  $-\frac{4}{5}$
- C)  $-\frac{1}{36}$
- D)  $\frac{4}{5}$
- E) 1

2. El inverso multiplicativo de  $\left[\frac{1}{2} - \frac{3}{4} : \frac{5}{6}\right]$  es

- A)  $-\frac{10}{3}$
- B)  $-\frac{5}{2}$
- C)  $-\frac{3}{10}$
- D)  $\frac{3}{10}$
- E)  $\frac{2}{5}$

---

## RELACIÓN DE ORDEN EN $\mathbb{Q}$

Sean  $\frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$  y  $b, d \in \mathbb{Z}^+$ . Entonces:  $\frac{a}{b} \geq \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad \geq bc$

### OBSERVACIONES

- Para comparar números racionales, también se pueden utilizar los siguientes procedimientos:
  - igualar numeradores.
  - igualar denominadores.
  - convertir a número decimal.
- Entre dos números racionales cualesquiera hay infinitos números racionales.

---

### EJEMPLOS

- El orden creciente de los números:  $a = \frac{12}{5}$ ,  $b = \frac{12}{9}$ ,  $c = \frac{12}{7}$  es
  - a, b, c
  - b, c, a
  - c, b, a
  - a, c, b
  - c, a, b
- El orden decreciente de los números  $w = \frac{12}{3}$ ,  $x = \frac{5}{3}$ ,  $z = \frac{7}{3}$  es
  - w, x, z
  - x, z, w
  - w, z, x
  - x, w, z
  - z, w, x
- El orden creciente de los números  $a = \frac{7}{8}$ ,  $b = \frac{11}{12}$ ,  $c = \frac{9}{10}$  es
  - a, b, c
  - b, a, c
  - c, a, b
  - a, c, b
  - b, c, a

---

## NÚMEROS DECIMALES

Al efectuar la división entre el numerador y el denominador de una fracción, se obtiene un desarrollo decimal, el cuál puede ser finito, infinito periódico o infinito semiperiódico.

- a) **Desarrollo decimal finito:** Son aquellos que tienen una cantidad limitada de cifras decimales.

Ejemplo:  $0,425$   
tiene 3 cifras decimales

- b) **Desarrollo decimal infinito periódico:** Son aquellos que están formados por la parte entera y el período.

Ejemplo:  $0,444\dots = 0,\overline{4}$   
parte entera  
período

- c) **Desarrollo decimal infinito semiperiódico:** Son aquellos que están formados por la parte entera, un anteperíodo y el período.

Ejemplo:  $24,42323\dots = 24,4\overline{23}$   
parte entera  
anteperíodo  
período

---

## EJEMPLOS

1. ¿Cuál de las siguientes fracciones, al dividir las dan como resultado un desarrollo decimal infinito semiperiódico?

- A)  $\frac{3}{10}$   
B)  $\frac{1}{3}$   
C)  $\frac{2}{5}$   
D)  $\frac{1}{30}$   
E)  $\frac{0}{4}$

2.  $\frac{1}{10} + \frac{4}{5} + \frac{1}{5} =$

- A) 1,1  
B) 0,6  
C) 0,3  
D) 0,2  
E) 0,11

---

## OPERATORIA CON NÚMEROS DECIMALES

1. **Adición o sustracción de números decimales:** Para sumar o restar números decimales se ubican las cantidades enteras bajo las enteras, las comas bajo las comas, la parte decimal bajo la decimal y a continuación se realiza la operatoria respectiva.

Así por ejemplo:

$$\begin{array}{r} 0,19 \\ 3,81 \\ + 22,2 \\ \hline 26,20 \end{array}$$

2. **Multiplicación de números decimales:** Para multiplicar dos o más números decimales, se multiplican como si fueran números enteros, ubicando la coma en el resultado final, de derecha a izquierda, tantos lugares decimales como decimales tengan los números en conjunto.

Así por ejemplo:

$$\begin{array}{r} 3,21 \cdot 2,3 \\ \hline 963 \\ 642 \\ \hline 7,383 \end{array}$$

3. **División de números decimales:** Para dividir números decimales, se puede transformar el dividendo y el divisor en números enteros amplificando por una potencia en base 10.

Así por ejemplo:  $2,24 : 1,2$  se amplifica por 100  
 $224 : 120$  y se dividen como números enteros

---

### EJEMPLOS

1.  $(0,75 - 0,3) \cdot 5 =$

- A) 0,45
- B) 2,25
- C) 0,225
- D) 3,45
- E) 225

2.  $0,06 \cdot 0,5 \cdot 0,1 =$

- A) 0,0030
- B) 0,0003
- C) 0,00003
- D) 0,0000003
- E) 0,00012

3. Si al doble de 2,4 se le resta el triple de 3,2, entonces resulta

- A) 4,8
- B) 5,2
- C) 14,4
- D) -4,8
- E) -5,2

---

## TRANSFORMACIÓN DE DECIMAL A FRACCIÓN

1. **Decimal finito:** Se escribe en el numerador todos los dígitos que forman el número decimal y en el denominador una potencia de 10 con tantos ceros como cifras decimales tenga dicho número.

Por ejemplo:  $3,24 = \frac{324}{100}$

2. **Decimal infinito periódico:** Se escribe en el numerador la diferencia entre el número decimal completo (sin considerar la coma) y el número formado por todas las cifras que anteceden al período y en el denominador tantos nueves como cifras tenga el período.

Por ejemplo:  $2,1\overline{5} = \frac{215 - 2}{99}$

3. **Decimal infinito semiperiódico:** Se escribe en el numerador la diferencia entre el número completo (sin considerar la coma) y el número formado por todas las cifras que anteceden al período y en el denominador se escriben tantos nueves como cifras tenga el período, seguido de tantos ceros como cifras tenga el anteperíodo.

Por ejemplo:  $5,3\overline{4} = \frac{534 - 53}{90}$

---

## EJEMPLOS

1.  $0,6\overline{6} - 0,4\overline{5} =$

- A)  $0,1\overline{5}$
- B)  $0,1\overline{5}$
- C)  $0,1\overline{6}$
- D)  $0,2\overline{1}$
- E)  $0,2\overline{1}$

2.  $(1,555\dots - 0,222\dots)^2 =$

- A)  $1,2\overline{7}$
- B)  $1,3\overline{3}$
- C)  $1,7\overline{7}$
- D)  $2,6\overline{6}$
- E)  $2,8\overline{8}$

3. Al ordenar en forma creciente los números  $x = 0,03\overline{5}$ ,  $y = 0,0\overline{35}$ ,  $z = 0,0\overline{035}$  y  $w = 0,035$ , se obtiene

- A)  $x, w, y, z$
- B)  $x, y, z, w$
- C)  $w, z, x, y$
- D)  $w, z, y, x$
- E)  $w, x, y, z$

---

## POTENCIA DE EXPONENTE ENTERO NEGATIVO

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \quad a \in \mathbb{R} - \{0\} \text{ y } n \in \mathbb{Z}$$

## POTENCIAS DE BASE 10

$$10^0 = 1$$

$$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0,1$$

$$10^1 = 10$$

$$10^{-2} = \frac{1}{100} = 0,01$$

$$10^2 = 100$$

$$10^{-3} = \frac{1}{1000} = 0,001$$

$$10^3 = 1000$$

⋮

⋮

Las potencias de base 10 se utilizan para escribir un número de las siguientes formas:

1. Un número está escrito en **notación científica** si se escribe de la forma  $k \cdot 10^n$ , en que  $1 \leq k < 10$  y  $n \in \mathbb{Z}$ .
2. Un número está escrito en **forma abreviada**, si se escribe de la forma  $p \cdot 10^n$ , en que  $p$  es el menor entero y  $n \in \mathbb{Z}$ .
3. Un número está inscrito en **notación ampliada o desarrollada** si se expresa como la suma de las cantidades que resulten de multiplicar cada dígito de dicho número por la potencia de diez correspondiente a su posición (... centena, decena, unidad, décima, centésima...)  
 $abc,de = a \cdot 10^2 + b \cdot 10^1 + c \cdot 10^0 + d \cdot 10^{-1} + e \cdot 10^{-2}$

---

## EJEMPLOS

1. Transformar cada uno de los números del cuadro según lo que se indica

NÚMERO	NOTACIÓN CIENTÍFICA	FORMA ABREVIADA	NOTACIÓN AMPLIADA O DESARROLLADA
15.100			
0,049			

2.  $\frac{0,0024}{0,000012} =$

- A) 0,2
- B) 0,02
- C) 0,002
- D)  $2 \cdot 10^{-10}$
- E)  $2 \cdot 10^2$

3.  $\frac{0,002 \cdot 0,36}{3 \cdot 10^{-2}} =$

- A)  $24 \cdot 10^{-3}$
- B)  $12 \cdot 10^{-3}$
- C)  $24 \cdot 10^{-7}$
- D)  $72 \cdot 10^{-3}$
- E)  $2,4 \cdot 10^{-3}$



## EJERCICIOS

1. Si  $a = \frac{1}{3}$ , entonces  $\frac{-5}{a^{-1}} + \frac{5}{a^{-2}} =$

A) 30

B)  $\frac{9}{2}$

C)  $\frac{20}{9}$

D)  $-\frac{10}{9}$

E)  $-\frac{15}{2}$

2. Si  $a = 2\frac{1}{2}$ ,  $b = \frac{2}{3}$  y  $c = \frac{1}{6}$ , entonces  $a + \frac{b}{a-c} =$

A)  $3\frac{5}{18}$

B)  $2\frac{1}{2}$

C)  $2\frac{11}{14}$

D)  $1\frac{4}{5}$

E)  $1\frac{5}{14}$

3. Si  $a = \frac{4}{5}$ ,  $b = \frac{7}{9}$  y  $c = \frac{6}{7}$ , entonces ¿cuál(es) de las siguientes expresiones es(son) verdadera(s)?

I)  $a < b$

II)  $b < c$

III)  $c > a$

A) Sólo I

B) Sólo II

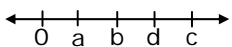
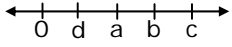
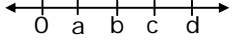
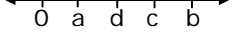
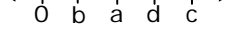
C) Sólo III

D) Sólo I y II

E) Sólo II y III

4. Los siguientes números:

$a = 0,1$  ;  $b = 0,2$  ;  $c = a + b$  ;  $d = a \cdot b$   
quedan mejor representados en la recta numérica por

- A) 
- B) 
- C) 
- D) 
- E) 

5.  $(1,\overline{6} - 0,\overline{3})^2 =$

- A)  $1,\overline{27}$   
B)  $1,\overline{3}$   
C)  $1,\overline{7}$   
D)  $2,\overline{6}$   
E)  $2,\overline{8}$

6.  $1,8 \cdot \frac{1,\overline{9} \cdot 0,\overline{9}}{0,09} =$

- A) 36  
B) 34,2  
C) 18  
D) 3,6  
E) 0,36

7. Al ordenar en forma decreciente los números  $a = 1,05\overline{4}$ ,  $b = 1,0\overline{54}$ ,  $c = 1,\overline{054}$  y  $d = 1,054$ , se obtiene

- A) d, a, c, b  
B) d, c, a, b  
C) b, a, d, c  
D) b, c, a, d  
E) b, a, c, d

8. Si la distancia máxima de Neptuno al Sol es 4.537.000.000 km, ¿cuál de las alternativas indica este valor expresado en notación científica?

- A)  $0,4537 \cdot 10^{10}$
- B)  $4,537 \cdot 10^{-9}$
- C)  $45,37 \cdot 10^{-8}$
- D)  $45,37 \cdot 10^9$
- E)  $4,537 \cdot 10^9$

9. Si se escribe el número 0,000273 en la forma  $2,73 \cdot 10^n$ , entonces el valor de **n** es

- A) -6
- B) -5
- C) -4
- D) -3
- E) 4

10. Si  $0,02 = 20 \cdot 10^a$ ;  $0,15 = 1,5 \cdot 10^b$  y  $0,10 = 10 \cdot 10^c$ , entonces  $a + b + c =$

- A) -3
- B) -4
- C) -5
- D) -6
- E) -7

11. Si  $x = 0,01$ ;  $y = 0,00001$ ;  $z = 0,0001$ , entonces  $\frac{x \cdot z}{y} =$

- A) 0,0001
- B) 0,001
- C) 0,01
- D) 0,1
- E) 1

12.  $\left(\frac{0,036}{0,2}\right)^2 \cdot \left(\frac{0,0036}{0,04}\right)^{-2} =$

- A) 2
- B) 4
- C)  $2 \cdot 10^{-10}$
- D)  $4 \cdot 10^{-20}$
- E)  $4 \cdot 10^{-10}$

13. Si  $0,\bar{3} = 3 \cdot 9^a$ ;  $0,0\bar{3} = 3^{-1} \cdot 10^b$  y  $0,00\bar{3} = 3^{-1} \cdot 10^c$ , entonces  $a + b + c$  es igual a

- A) -3
- B) -4
- C) -5
- D) -6
- E) -7

14. Si  $n$  es un número tal que  $-2,3 < n < 11,1$ , entonces  $3n - 3,3$  se encuentra entre los números

- A) -6,9 y 33,3
- B) -5,6 y 7,8
- C) -3,6 y 36,6
- D) -5,2 y 25
- E) -10,2 y 30

15. Un frasco lleno de duraznos pesa 960 gr. El mismo frasco con la mitad del contenido pesa 560 gr. ¿Cuánto pesa el frasco?

- A) 160 gr
- B) 180 gr
- C) 200 gr
- D) 250 gr
- E) 400 gr

16. Se pagan \$24.000 que corresponden a los  $\frac{3}{8}$  de una deuda, al mes siguiente se pagan los  $\frac{4}{5}$  del resto de la deuda. ¿Cuánto queda por pagar?
- A) \$ 3.000
  - B) \$ 8.000
  - C) \$ 9.600
  - D) \$12.000
  - E) \$32.000
17. Una pelota de tenis rebota hasta los  $\frac{2}{3}$  de la altura que se deja caer. Si la soltamos desde una altura de 27 metros, ¿cuál es la distancia que recorre esta pelota, hasta que toca el suelo por tercera vez?
- A) 103 m
  - B) 87 m
  - C) 63 m
  - D) 60 m
  - E) 45 m
18. ¿Cuál(es) de la(s) siguientes proposiciones es(son) verdadera(s)?
- I) Al dividir un número natural por un decimal entre 0 y 1 el resultado es mayor que el número.
  - II) Al multiplicar dos números entre 0 y 1, el producto es menor que ambos números.
  - III)  $0,27 = 2,7 \cdot 10^{-2}$
- A) Sólo I
  - B) Sólo II
  - C) Sólo III
  - D) Sólo I y II
  - E) Sólo II y III

19. Se puede afirmar que  $2,37 < M < 5,11$  si:

- (1)  $2,4 < M$   
 (2)  $M < 48 \cdot 10^{-1}$
- A) (1) por sí sola  
 B) (2) por sí sola  
 C) Ambas juntas, (1) y (2)  
 D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)  
 E) Se requiere información adicional

20. Un teatro tiene vendidas  $\frac{5}{6}$  de sus localidades. ¿Cuántas localidades tiene el teatro?

- (1) Faltan por venderse 150 localidades.  
 (2)  $\frac{1}{6}$  de las localidades no fueron vendidas.
- A) (1) por sí sola  
 B) (2) por sí sola  
 C) Ambas juntas, (1) y (2)  
 D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)  
 E) Se requiere información adicional

### RESPUESTAS

Ejemplos Págs.	1	2	3
1	C	D	
2	B	E	
3	A	B	
4	B	C	D
5	D	A	
6	B	A	D
7	E	C	D
8		E	A

CLAVES PÁG. 9

1. D    6. A    11. D    16. B  
 2. C    7. E    12. B    17. B  
 3. E    8. E    13. B    18. D  
 4. B    9. C    14. E    19. C  
 5. C    10. D    15. A    20. A

PÁG.8 Ej.1

NOTACIÓN CIENTÍFICA	FORMA ABREVIADA	NOTACIÓN AMPLIADA O DESARROLLADA
$1,51 \cdot 10^4$	$151 \cdot 10^2$	$1 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2$
$4,9 \cdot 10^{-2}$	$49 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-2} + 9 \cdot 10^{-3}$