

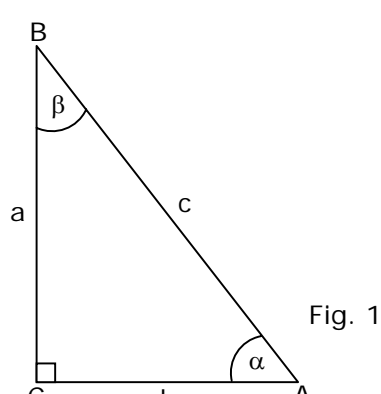
GUÍA TEÓRICO PRÁCTICA N° 30

UNIDAD: GEOMETRÍA

TRIGONOMETRÍA

1. RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

En el triángulo ABC, rectángulo en C (figura 1), se definen las siguientes razones:

 <p>Fig. 1</p>	Seno de $\alpha = (\mathbf{sen \alpha}) = \frac{\text{Cateto opuesto a } \alpha}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{c}$
	Coseno de $\alpha = (\mathbf{cos \alpha}) = \frac{\text{Cateto adyacente a } \alpha}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{c}$
	Tangente de $\alpha = (\mathbf{tg \alpha}) = \frac{\text{Cateto opuesto a } \alpha}{\text{Cateto adyacente a } \alpha} = \frac{a}{b}$
	Cotangente de $\alpha = (\mathbf{cotg \alpha}) = \frac{\text{Cateto adyacente a } \alpha}{\text{Cateto opuesto a } \alpha} = \frac{b}{a}$
	Secante de $\alpha = (\mathbf{sec \alpha}) = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto adyacente a } \alpha} = \frac{c}{b}$
	Cosecante de $\alpha = (\mathbf{cosec \alpha}) = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto opuesto a } \alpha} = \frac{c}{a}$

De acuerdo al triángulo ABC de la figura 2, completa el cuadro

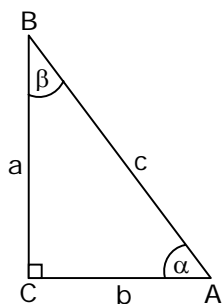


Fig. 2

sen $\beta =$ _____ cosec $\beta =$ _____

cos $\beta =$ _____ sec $\beta =$ _____

tg $\beta =$ _____ cotg $\beta =$ _____

EJEMPLOS

1. Si $\cos \alpha = \frac{8}{17}$, entonces $\operatorname{cosec} \alpha =$

- A) $\frac{17}{8}$
- B) $\frac{17}{15}$
- C) $\frac{15}{8}$
- D) $\frac{15}{17}$
- E) $\frac{8}{15}$

2. La base de un triángulo isósceles tiene una longitud de 12 cm y el coseno del ángulo adyacente a ella es $\frac{3}{5}$. Luego, el perímetro del triángulo es

- A) 16 cm
- B) 24 cm
- C) 32 cm
- D) 48 cm
- E) 64 cm

3. En la figura 3, $\cos \alpha = 0,15$ y $b = 1,5$ cm. Entonces, ¿cuál es la medida de la hipotenusa?

- A) 100 cm
- B) 15 cm
- C) 12,5 cm
- D) 10 cm
- E) 1 cm

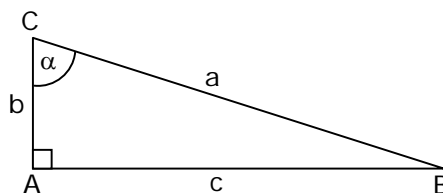


Fig. 3

4. En la circunferencia de centro O y radio r de la figura 4, el ángulo del centro que subtiende la cuerda c es 2α . Entonces, $c =$

- A) $r \cdot \operatorname{sen} \alpha$
- B) $r \cdot \operatorname{cos} \alpha$
- C) $r \cdot \operatorname{sen} 2\alpha$
- D) $2 \cdot r \cdot \operatorname{cos} \alpha$
- E) $2 \cdot r \cdot \operatorname{sen} \alpha$

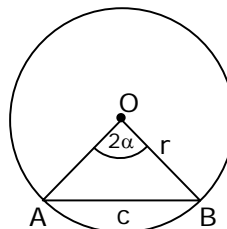


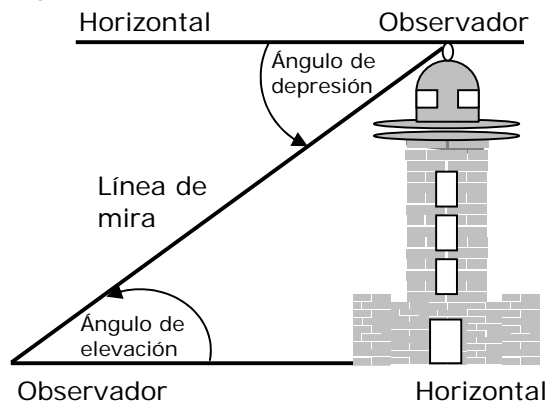
Fig. 4

2. RAZONES TRIGONOMÉTRICAS PARA ÁNGULOS DE 30°, 45° y 60°

Considerando los triángulos de las figuras 1 y 2, se tiene que:

Fig. 1		Ángulo	30°	45°	60°
		Razón			
		sen α	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Fig. 2		cos α	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
		tg α	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
		cotg α	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
		sec α	$\frac{2}{3}\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	2
		cosec α	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{3}\sqrt{3}$

Ángulos de **elevación** y de **depresión** son aquellos formados por la horizontal, considerada a nivel del ojo del observador y la línea de mira, según que el objeto observado esté por sobre o bajo esta última.



Con respecto a un observador, los ángulos de elevación y de depresión constituyen ángulos alternos internos entre paralelas, por lo tanto, sus medidas son iguales.

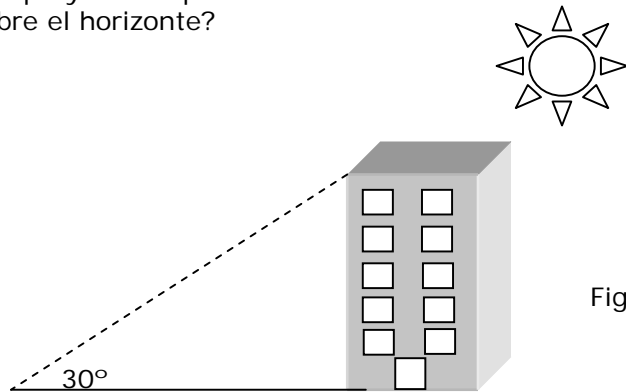
EJEMPLOS

1. $\operatorname{tag} 60^\circ \cdot \operatorname{cotg} 30^\circ - \sec^2 45^\circ =$

- A) 1
- B) $3 - \sqrt{2}$
- C) $2\sqrt{3} - 2$
- D) $2\sqrt{3} - \sqrt{2}$
- E) 5

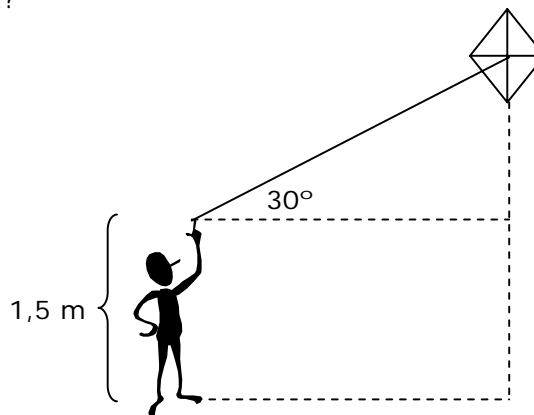
2. ¿Cuál es la longitud de la sombra proyectada por un edificio de 50 m de altura (fig. 3) cuando el sol se ha elevado 30° sobre el horizonte?

- A) $150\sqrt{3}$ m
- B) 150 m
- C) $50\sqrt{3}$ m
- D) 50 m
- E) $25\sqrt{3}$ m



3. La longitud del hilo que sujeta un volantín (fig. 4) es de 40 m y el ángulo de elevación es de 30° . ¿Qué altura alcanza el cometa?

- A) 81,5 m
- B) 80 m
- C) 21,5 m
- D) 20 m
- E) 18,5 m

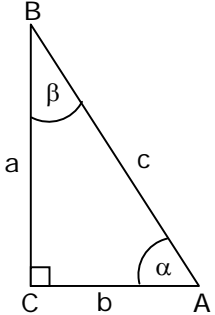


4. Un observador de 1,80 m de estatura observa la azotea de un edificio, según un ángulo de elevación de 60° . Si el observador está a 12 m del edificio, ¿cuánto mide la altura del edificio?

- A) 24 m
- B) $12\sqrt{3}$ m
- C) $8\sqrt{3}$ m
- D) $(4\sqrt{3} + 1,8)$ m
- E) $(12\sqrt{3} + 1,8)$ m

3. RAZONES DE ÁNGULOS COMPLEMENTARIOS

Si en el triángulo ABC, rectángulo en C (figura 1), se aplican las definiciones de las razones trigonométricas a los ángulos α y β , se deducen las siguientes igualdades:

 <p style="text-align: center;">Fig. 1</p>	$\text{sen } \alpha = \text{cos } \beta = \text{cos } (90^\circ - \alpha)$
	$\text{cos } \alpha = \text{sen } \beta = \text{sen } (90^\circ - \alpha)$
	$\text{tg } \alpha = \text{cotg } \beta = \text{cotg } (90^\circ - \alpha)$
	$\text{cotg } \alpha = \text{tg } \beta = \text{tg } (90^\circ - \alpha)$
	$\text{sec } \alpha = \text{cosec } \beta = \text{cosec } (90^\circ - \alpha)$
	$\text{cosec } \alpha = \text{sec } \beta = \text{sec } (90^\circ - \alpha)$

EJEMPLOS

1. ¿Cuál(es) de las siguientes expresiones es(son) iguales a $\text{sen } 40^\circ + \text{cos } 50^\circ$?

- I) $2 \text{ sen } 40^\circ$
- II) $2 \text{ cos } 50^\circ$
- III) $\text{sen } 50^\circ + \text{cos } 40^\circ$

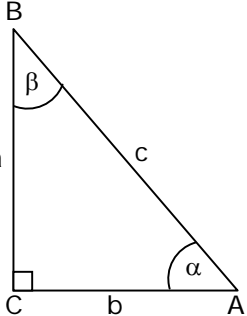
- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo I y II
- E) I, II y III

2. Si $\text{sec } 54^\circ = \frac{4}{\sqrt{5} + 1}$, entonces $\text{cosec } 36^\circ =$

- A) $\frac{1}{\sqrt{5} - 1}$
- B) $\frac{\sqrt{5} + 1}{4}$
- C) $\frac{2\sqrt{5} - 2}{3}$
- D) $\sqrt{5} + 1$
- E) $\sqrt{5} - 1$

4. IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS FUNDAMENTALES

Las identidades 1, 2, 3, 4 y 5 se deducen directamente de las definiciones de las razones trigonométricas. Las identidades 6, 7 y 8 se deducen combinando las definiciones con el Teorema de Pitágoras.

	1. $\operatorname{sen} \alpha \cdot \operatorname{cosec} \alpha = 1$	5. $\operatorname{cotg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\operatorname{sen} \alpha}$
	2. $\cos \alpha \cdot \sec \alpha = 1$	6. $\operatorname{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
	3. $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{cotg} \alpha = 1$	7. $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \sec^2 \alpha$
	4. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha}$	8. $1 + \operatorname{cotg}^2 \alpha = \operatorname{cosec}^2 \alpha$

EJEMPLOS

1. Si $k = \cos^2 60^\circ + \operatorname{sen}^2 40^\circ + \operatorname{sen}^2 50^\circ$, entonces $4k$ es igual a

- A) 7
- B) 6
- C) 5
- D) 1,25
- E) 1

2. Si α es un ángulo agudo, ¿cuál(es) de las siguientes igualdades es(son) identidad(es)?

- I) $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{cosec} \alpha = \sec \alpha$
- II) $\frac{1}{1 - \cos^2 \alpha} = \operatorname{cosec}^2 \alpha$
- III) $(\sec \alpha - \operatorname{tg} \alpha)(\sec \alpha + \operatorname{tg} \alpha) = 1$

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo I y II
- E) I, II y III

EJERCICIOS

1. Si $\operatorname{tg} \alpha = \frac{5}{12}$ y α es un ángulo agudo, entonces $\cos \alpha =$

- A) $\frac{12}{13}$
- B) $\frac{12}{5}$
- C) $\frac{5}{12}$
- D) $\frac{5}{13}$
- E) $\frac{13}{12}$

2. El triángulo de la figura 1, es rectángulo en C. ¿Cuál(es) de las siguientes igualdades es(son) verdadera(s)?

- I) $\operatorname{sen} \alpha = \frac{1}{2}$
- II) $\cos \beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- III) $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo I y III
- E) I, II y III

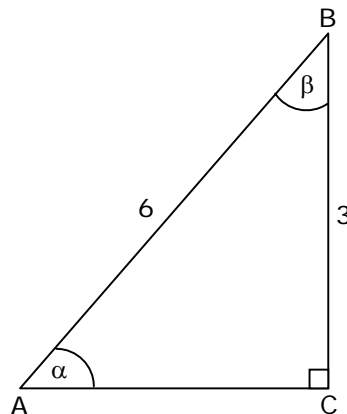


Fig. 1

3. El extremo superior de una escalera de 8 metros de largo se encuentra apoyada en una pared. El ángulo formado por el piso y la escalera es de 60° . Luego, la distancia entre la pared y el pie de la escalera es

- A) $4\sqrt{3}$ m
- B) $4\sqrt{2}$ m
- C) $2\sqrt{2}$ m
- D) 6 m
- E) 4 m

4. Un alpinista que baja por una ladera, por cada 20 metros que recorre baja 10 metros. Entonces, el ángulo de inclinación de la ladera es
- A) 15°
 B) 30°
 C) 45°
 D) 60°
 E) 75°

5. En la figura 2, $\text{sen } \alpha = \frac{4}{5}$ y $\text{tg } \beta = \frac{3}{5}$, entonces x mide

- A) 3 cm
 B) 5 cm
 C) 9 cm
 D) 12 cm
 E) 15 cm

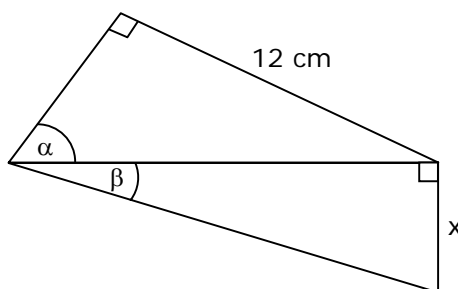


Fig. 2

6. Si $A = \text{sen}^2 30^\circ + \text{sen}^2 20^\circ + \text{sen}^2 70^\circ$, entonces $A =$

- A) $\frac{7}{4}$
 B) $\frac{6}{4}$
 C) $\frac{5}{4}$
 D) $\frac{3}{4}$
 E) $\frac{1}{4}$

7. Si $\text{tg } 15^\circ = \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$, entonces $\text{cotg } 75^\circ =$

- A) $\frac{5}{2 + \sqrt{3}}$
 B) $\frac{2 + \sqrt{3}}{5}$
 C) $2 + \sqrt{3}$
 D) $\sqrt{3} - 2$
 E) $2 - \sqrt{3}$

8. En la circunferencia de centro O y radio r de la figura 3, la longitud de la cuerda \overline{AB} está dada por

- A) $2 \cdot r \cdot \text{sen } 20^\circ$
- B) $2 \cdot r \cdot \text{cos } 20^\circ$
- C) $2 \cdot r \cdot \text{sen } 70^\circ$
- D) $r \cdot \text{sen } 40^\circ$
- E) $r \cdot \text{cos } 70^\circ$

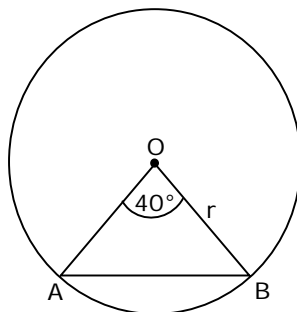


Fig. 3

9. En el triángulo ABC isósceles de base \overline{AB} de la figura 4, ¿cuál(es) de las siguientes expresiones representa(n) la medida del lado \overline{AC} ?

- I) $\frac{1,8}{\text{cos } 50^\circ}$
- II) $\frac{1,8}{\text{sen } 40^\circ}$
- III) $3,6 \cdot \text{cos } 50^\circ$

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo I y II
- E) I, II y III

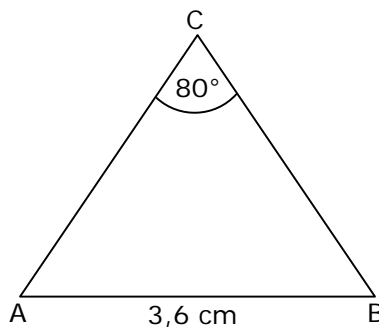


Fig. 4

10. Si β es un ángulo agudo de un $\triangle ABC$, rectángulo en C, $m = a \cdot \text{sen } \beta$ y $n = a \cdot \text{cos } \beta$, entonces $m^2 + n^2 =$

- A) a^2
- B) a
- C) 1
- D) 0
- E) -1

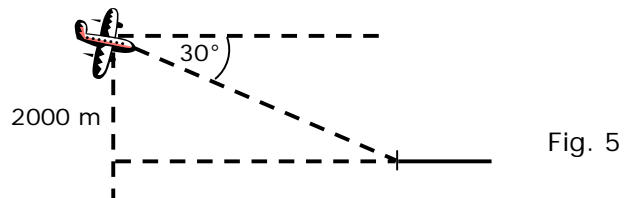
11. Si α es un ángulo agudo de un triángulo rectángulo, ¿cuál(es) de las siguientes igualdades es(son) identidades?

- I) $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 1 + \frac{2}{\sec \alpha \cdot \operatorname{cosec} \alpha}$
- II) $\operatorname{tg}^2 \alpha = \sec^2 \alpha - 1$
- III) $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{cotg} \alpha = \sec \alpha \cdot \operatorname{cosec} \alpha$

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo II y III
- E) I, II y III

12. Desde un avión que vuela a 2.000 m de altura se observa el inicio de la pista de aterrizaje 30° por debajo de la línea horizontal de vuelo (ángulo de depresión) (fig. 5). ¿Cuál(es) de las siguientes expresiones representa(n) la distancia desde el avión al inicio de la pista?

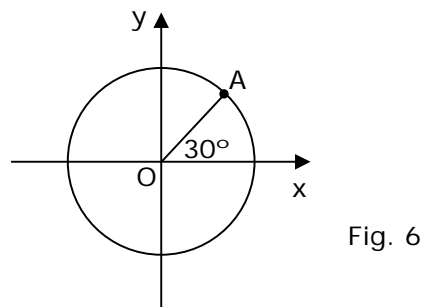
- I) $\frac{2.000}{\sin 30^\circ}$ metros.
- II) $\frac{2.000}{\cos 60^\circ}$ metros.
- III) $2.000 \cdot \operatorname{tg} 30^\circ$ metros.



- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo I y II
- E) Sólo I y III

13. La circunferencia de centro en el origen del sistema de coordenadas, (figura 6), tiene radio 6 cm. ¿Cuáles son las coordenadas del punto A?

- A) $(3, 3\sqrt{3})$
- B) $(\sqrt{3}, 3)$
- C) $(3, \sqrt{3})$
- D) $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{1}{3}\right)$
- E) $(3\sqrt{3}, 3)$



14. El volantín de Luchín está sujeto por un hilo tenso de 160 m de longitud y el ángulo de elevación es de 40° . ¿A qué altura está el volantín, sin tomar en cuenta la estatura de Luchín?
- A) $160 \cdot \text{sen } 40^\circ$ m
 B) $160 \cdot \text{sen } 50^\circ$ m
 C) $160 \cdot \text{cos } 40^\circ$ m
 D) $160 \cdot \text{sec } 40^\circ$ m
 E) $160 \cdot \text{sec } 50^\circ$ m

15. Un camión al chocar con un poste lo quiebra y la punta del poste toca el suelo a una distancia de 3 m de la base del poste. Si la parte superior del poste quebrado forma con el suelo un ángulo de 45° , ¿cuál era la altura original del poste?
- A) $(6 + 3\sqrt{2})$ m
 B) 6 m
 C) $(3 + 3\sqrt{2})$ m
 D) $6\sqrt{2}$ m
 E) $(3 + 1,5\sqrt{2})$ m

16. La figura 7, muestra un corte transversal del túnel del metro. El piso de éste tiene 4 m de ancho y el ángulo de elevación desde el extremo A de la base al punto C de mayor altura del túnel es de 60° . ¿Cuál es la medida de \overline{DC} ?

- A) 2 m
 B) $2\sqrt{3}$ m
 C) 3 m
 D) 4 m
 E) $4\sqrt{3}$ m

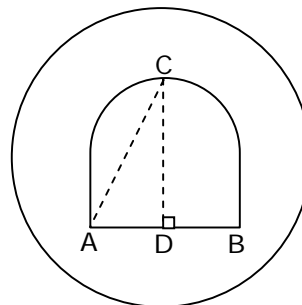


Fig. 7

17. En la circunferencia de centro O de la figura 8, está inscrito el triángulo ABC. Si $\text{sen } \alpha = 0,6$ y el área del triángulo es 96 cm^2 , entonces ¿cuál es el área del círculo?

- A) $400 \pi \text{ cm}^2$
 B) $100\pi \text{ cm}^2$
 C) $40\pi \text{ cm}^2$
 D) $25\pi \text{ cm}^2$
 E) $20\pi \text{ cm}^2$

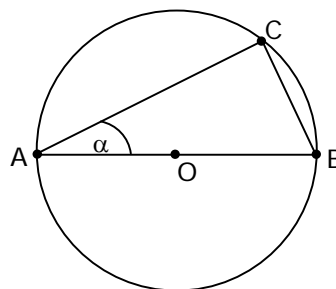


Fig. 8

18. La circunferencia de centro O y radio r (fig. 9), está inscrita en un triángulo equilátero de lado a. Entonces, r mide

- A) $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$
- B) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$
- C) $\frac{3a\sqrt{3}}{2}$
- D) $\frac{a\sqrt{3}}{6}$
- E) $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

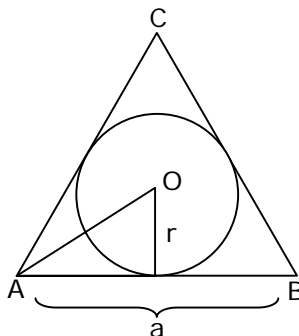


Fig. 9

19. Se puede determinar el perímetro del triángulo ABC de la figura 10, si:

(1) $\text{tg } \alpha = \frac{4}{3}$

(2) $\overline{AB} = 5 \text{ cm}$

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

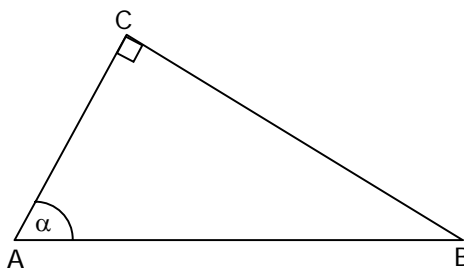


Fig. 10

20. En un triángulo MNT isósceles de base \overline{MN} , la altura correspondiente a la base mide 1,8 metros. ¿Cuál es el área del triángulo?

- (1) El triángulo es obtusángulo.
- (2) La tangente correspondiente a uno de los ángulos de la base es $0,\overline{6}$.

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

RESPUESTAS

Ejemplos Págs.	1	2	3	4
1	$\frac{b}{c}$ $\frac{a}{c}$ $\frac{b}{a}$	$\frac{c}{b}$ $\frac{c}{a}$ $\frac{a}{b}$		
2	B	C	D	E
4	A	C	C	E
5	D	E		
6	C	E		

CLAVES PÁG. 7

- 1. A 6. C 11. E 16. B
- 2. D 7. E 12. D 17. B
- 3. E 8. A 13. E 18. D
- 4. B 9. D 14. A 19. C
- 5. C 10. A 15. C 20. B