

GUÍA TEORICO PRÁCTICA N° 11

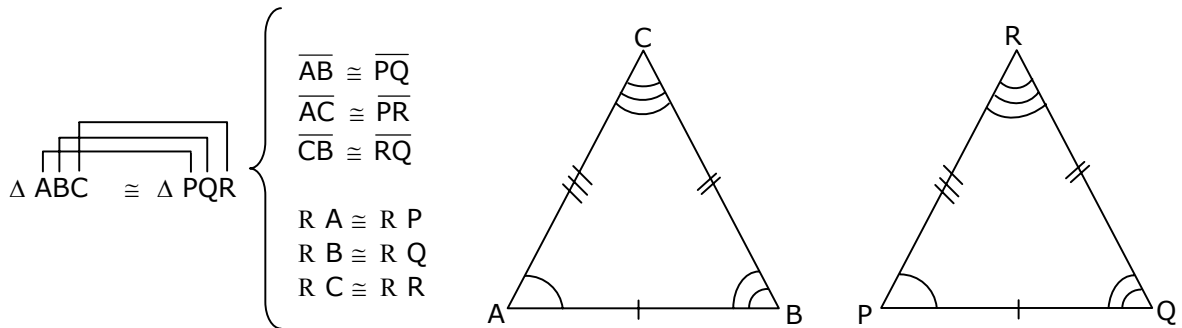
UNIDAD: GEOMETRÍA

CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS Y ELEMENTOS SECUNDARIOS

CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS

1. DEFINICIÓN

Dos triángulos son congruentes si y sólo si existe una correspondencia entre sus vértices, de modo que **cada par de lados y ángulos correspondientes sean congruentes.**



EJEMPLOS

1. Los triángulos PQR y TNM de la figura 1, son escalenos. Si $\Delta PQR \cong \Delta TNM$, entonces, ¿cuál de las siguientes proposiciones es FALSA?

- A) $\overline{PQ} \cong \overline{TN}$
- B) $\overline{PR} \cong \overline{TM}$
- C) $\overline{QR} \cong \overline{NM}$
- D) $\angle QRP \cong \angle NMT$
- E) $\angle PQR \cong \angle TMN$

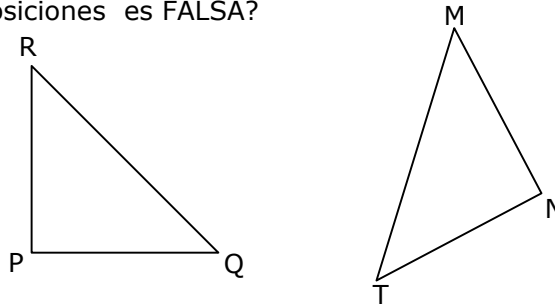


Fig. 1

2. En la figura 2, $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ con $D \in \overline{BC}$, $\overline{AC} \parallel \overline{DF}$, $\angle BDE = 80^\circ$ y $\angle ACB = 40^\circ$, ¿cuál es la medida del $\angle DEF$?

- A) 40°
- B) 60°
- C) 80°
- D) 90°
- E) No se puede determinar

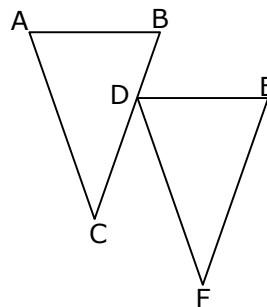


Fig. 2

POSTULADOS DE CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS

- P_1 ALA : Dos triángulos son congruentes si tienen respectivamente iguales un lado y los dos ángulos adyacentes a ese lado.
- P_2 LAL : Dos triángulos son congruentes cuando tienen dos lados y el ángulo comprendido entre ellos respectivamente iguales.
- P_3 LLL : Dos triángulos son congruentes si tienen sus tres lados respectivamente iguales.
- P_4 LLA > : Dos triángulos son congruentes cuando tiene dos lados y el ángulo opuesto al mayor de esos lados respectivamente iguales.
-

EJEMPLOS

1. En la figura 1, $\overline{DC} \perp \overline{AD}$ y $\overline{CB} \perp \overline{AB}$. Si $R DAC \cong R BAC$, entonces el triángulo CAB es congruente con el triángulo DCA en su orden

- A) ACD
B) ADC
C) CAD
D) DCA
E) CDA

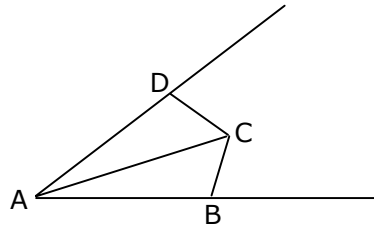


Fig. 1

2. El triángulo ABC de la figura 2, es isósceles de base \overline{AB} , $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ y $\overline{AD} = \overline{DB}$. Luego, es(son) congruente(s) los siguientes pares de triángulos:

- I) $\triangle ADE$ con $\triangle BDE$
II) $\triangle AEC$ con $\triangle BEC$
III) $\triangle ADC$ con $\triangle BDC$

- A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo I y II
E) I, II y III

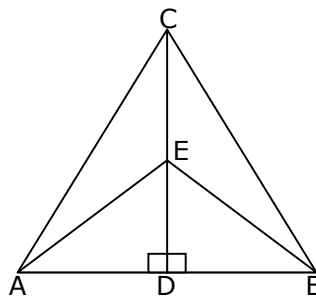
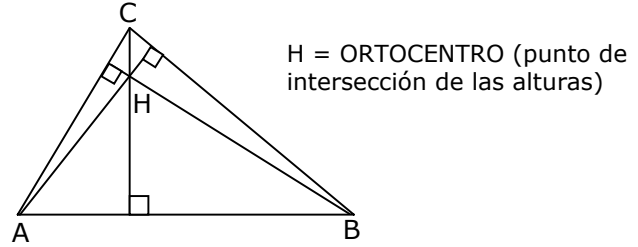
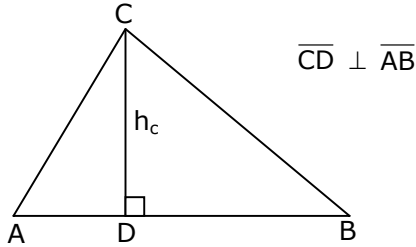


Fig. 2

ELEMENTOS SECUNDARIOS DEL TRIÁNGULO

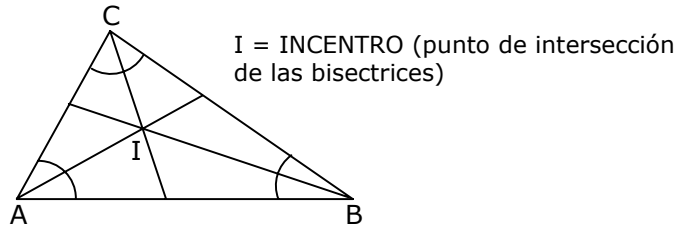
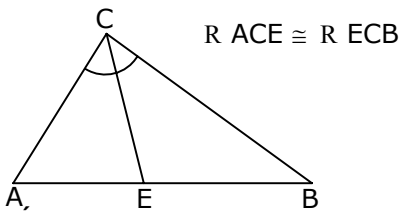
1. ALTURA

Es la perpendicular que va desde el vértice al lado opuesto o a su prolongación.



2. BISECTRIZ

Es el trazo que divide al ángulo en dos ángulos congruentes.



OBSERVACIÓN:

El punto de intersección de las bisectrices equidista de los lados del triángulo.

EJEMPLOS

1. ¿Cuál de las siguientes proposiciones es FALSA?

- A) En todo triángulo acutángulo, el ortocentro queda siempre en el interior del triángulo
- B) En todo triángulo rectángulo, el ortocentro siempre coincide con el vértice del ángulo recto
- C) En todo triángulo equilátero, el ortocentro queda siempre en el interior del triángulo
- D) En todo triángulo isósceles, el ortocentro siempre queda en el interior del triángulo
- E) En todo triángulo obtusángulo, el ortocentro queda siempre en el exterior del triángulo

2. En el triángulo isósceles ABC de base \overline{AB} de la figura 1, I es el incentro. Si $\angle AIB = 100^\circ$, ¿cuánto mide el $\angle ACB$?

- A) Faltan datos para determinarlo
- B) 20°
- C) 40°
- D) 50°
- E) 80°

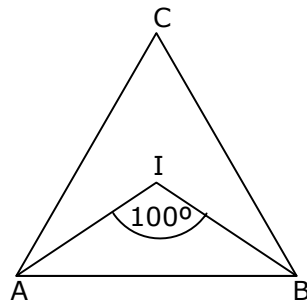
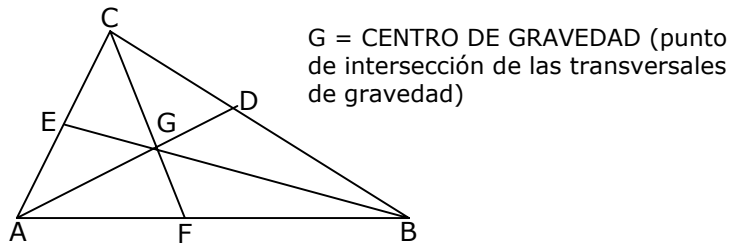
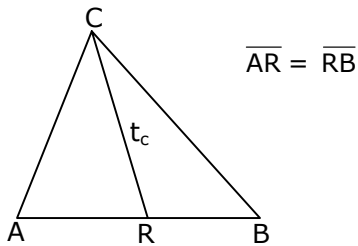


Fig. 1

3. TRANSVERSAL DE GRAVEDAD

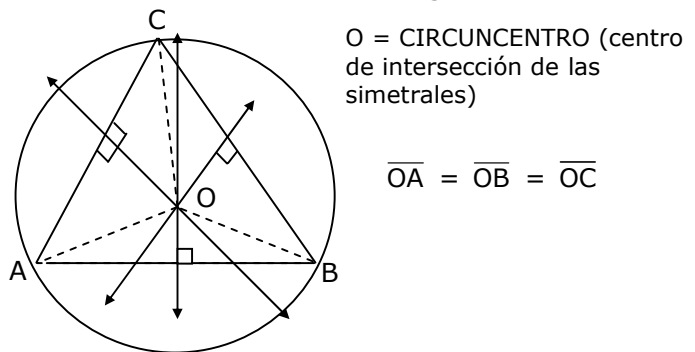
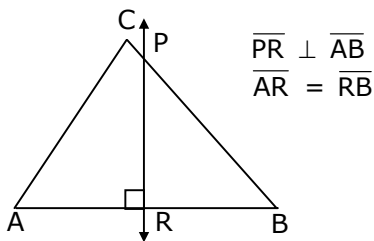
Es el trazo que une el vértice con el punto medio del lado opuesto.



OBSERVACIÓN: Si $\triangle ABC$ rectángulo en C, entonces $\overline{CR} = \overline{AR} = \overline{RB}$.

4. SIMETRAL

Es la recta perpendicular que pasa por el punto medio de cada lado del triángulo.



PROPIEDADES

El punto de intersección de las simetrales equidista de los vértices del triángulo.

EJEMPLOS

1. En el $\triangle ABC$ de la figura 1, \overline{CE} transversal de Gravedad. La medida del ángulo x es

- A) 15°
- B) 20°
- C) 25°
- D) 30°
- E) 35°

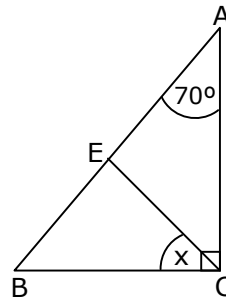


Fig. 1

2. O es el circuncentro del $\triangle ABC$ (fig. 2). Si $\angle OAB = 20^\circ$ y $\angle OCB = 80^\circ$. La medida del $\angle x$ es

- A) 10°
- B) 20°
- C) 50°
- D) 80°
- E) Otro valor

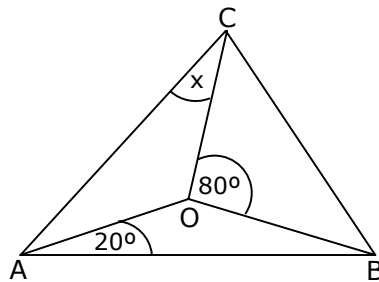
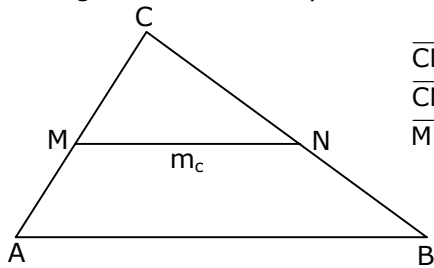


Fig. 2

MEDIANA

Es el segmento de recta que une los puntos medios de los lados del triángulo.

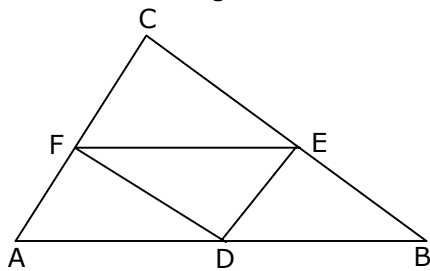


$$\begin{aligned} \overline{CM} &= \overline{MA} \\ \overline{CN} &= \overline{NB} \\ \overline{MN} &\parallel \overline{AB} \end{aligned}$$

No existe punto de intersección de las medianas

PROPIEDADES

1. En todo triángulo al trazar las 3 medianas se forman 4 triángulos congruentes.



$$\Delta ADF \cong \Delta DBE \cong \Delta FEC \cong \Delta EFD$$

EJEMPLOS

1. En el triángulo MNT de la figura 1, $\overline{MP} = 8 \text{ cm}$, $\overline{QN} = 12 \text{ cm}$ y \overline{PQ} es mediana. Entonces, $\overline{MN} - \overline{MT}$ es

- A) 2 cm
- B) 4 cm
- C) 6 cm
- D) 8 cm
- E) 10 cm

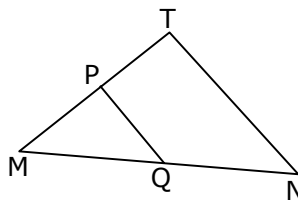


Fig. 1

2. En el triángulo PQR de la figura 2, $\angle PRQ = 80^\circ$ y \overline{DE} es mediana. ¿Cuánto mide $\angle R x$?

- A) 35°
- B) 45°
- C) 50°
- D) 55°
- E) 60°

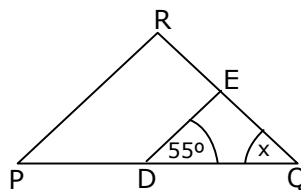
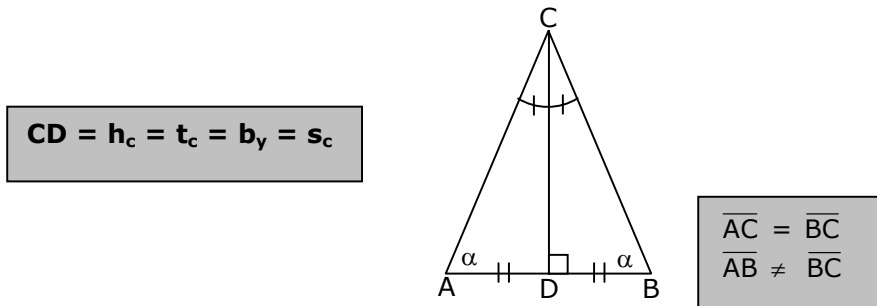


Fig. 2

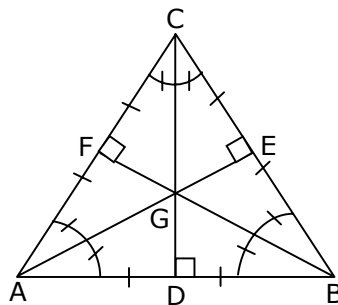
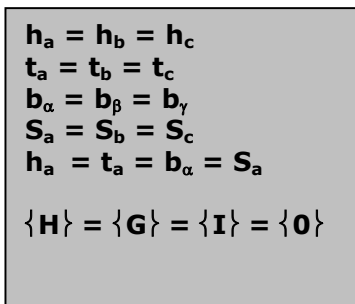
ALGUNOS TEOREMAS REFERENTES A UN TRIÁNGULO ISÓSCELES Y/O EQUILÁTERO

Teorema 1: En todo triángulo isósceles coinciden los elementos secundarios correspondientes al lado distinto.



Teorema 2

En todo triángulo equilátero coinciden los elementos secundarios correspondientes a cualquier lado. Además, coinciden los puntos singulares.



EJEMPLOS

1. El triángulo DEF de la figura 1 es isósceles de base \overline{DF} . R es punto medio de \overline{DF} y $\angle RDE = 50^\circ$. ¿Cuánto mide el ángulo REF?

- A) 25°
- B) 30°
- C) 40°
- D) 50°
- E) 80°

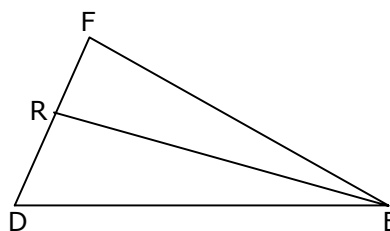


Fig. 1

2. En el triángulo equilátero ABC de la figura 2, E es punto medio de \overline{AB} y \overline{BD} es bisectriz del ángulo ABC. ¿Cuánto es el suplemento de $\angle R + \angle y$?

- A) 150°
- B) 120°
- C) 90°
- D) 60°
- E) 30°

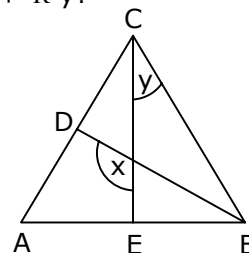


Fig. 2

EJERCICIOS

1. Considerando que la información dada en cada alternativa es acumulativa, determine en qué alternativa se puede asegurar que los triángulos de la figura 1, son congruentes.

- A) $R CAB \cong R FED$
- B) $R ABC \cong R FDE$
- C) $\overline{DF} = 5 \text{ cm}$
- D) $\overline{ED} = 5 \text{ cm}$
- E) $\overline{BC} = 5 \text{ cm}$

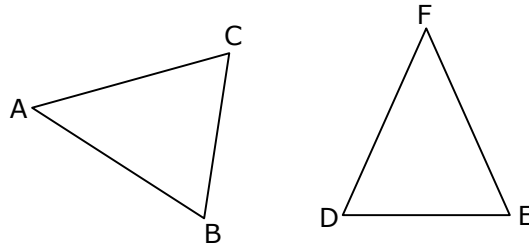


Fig. 1

2. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- A) Dos triángulos rectángulos que tienen un cateto respectivamente congruente, son congruentes.
- B) Si dos triángulos rectángulos tienen la hipotenusa congruente, son congruentes.
- C) Si dos triángulos rectángulos tienen dos ángulos correspondientes congruentes, son congruentes.
- D) Si dos triángulos rectángulos tienen dos lados correspondientes congruentes, son congruentes.
- E) Si dos triángulos rectángulos tienen un ángulo respectivamente congruente, son congruentes.

3. En el $\triangle ABC$ de la figura 2, D, E y F son puntos medios de los lados. Entonces, el triángulo FEC es congruente al triángulo FDE en su orden

- A) FDE
- B) EFD
- C) FED
- D) EDF
- E) DEF

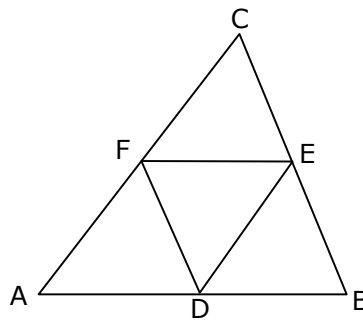


Fig. 2

4. En la figura 3, $\triangle ABC \cong \triangle MNT$, si $\angle CAB = 40^\circ$, $\angle ABC = 80^\circ$ y $\angle BCA = 60^\circ$, entonces es FALSO que

- A) el lado mayor del $\triangle MNT$ es \overline{TM}
- B) el $\angle NTM$ mide 60°
- C) el $\triangle MNT$ es escaleno
- D) $\overline{NT} < \overline{MN}$
- E) $\overline{CA} > \overline{TM}$

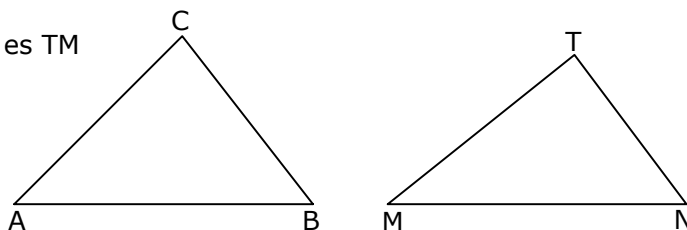


Fig. 3

5. En la figura 4, $\triangle QRP \cong \triangle DFE$. Si $\overline{QP} \cong \overline{PR}$, ¿cuánto mide el ángulo exterior HEF?

- A) 62°
- B) 64°
- C) 74°
- D) 106°
- E) 116°

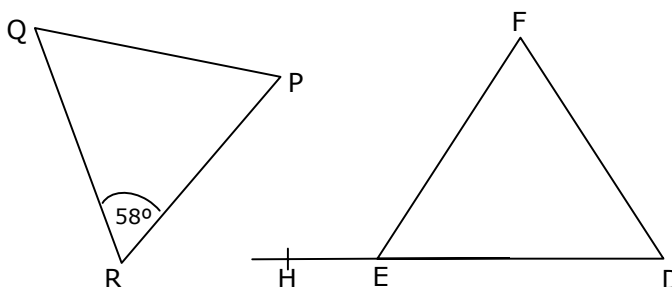


Fig. 4

6. Si en el triángulo DEF de la figura 5, \overline{MN} es mediana, entonces el ángulo NMD mide

- A) 40°
- B) 100°
- C) 120°
- D) 130°
- E) 140°

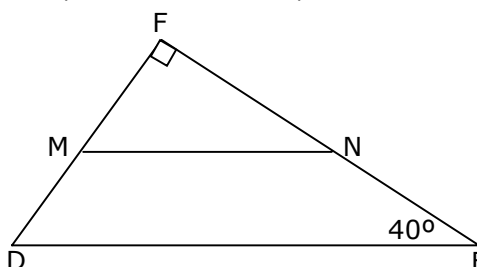


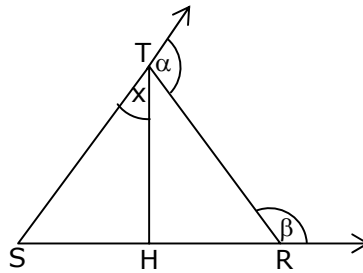
Fig. 5

7. ¿En qué triángulo al trazar cualquier bisectriz se forman dos triángulos congruentes?

- A) Rectángulo isósceles
- B) Isósceles acutángulo
- C) Rectángulo escaleno
- D) Equilátero
- E) En ninguno

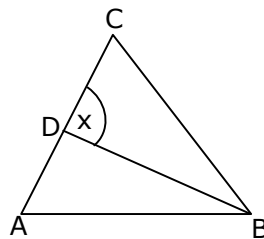
8. En el triángulo SRT de la figura 6, \overline{TH} es altura, $R\alpha = 110^\circ$ y $R\beta = 140^\circ$. ¿Cuál es la medida del ángulo x?

- A) 20°
- B) 30°
- C) 50°
- D) 60°
- E) 70°



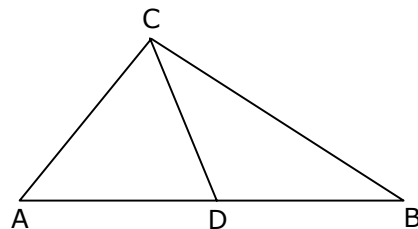
9. En el triángulo ABC de la figura 7, \overline{BD} es bisectriz del $RABC$. Si $R CAB = 70^\circ$ y $R ACB = 50^\circ$, entonces ¿cuánto mide el ángulo x?

- A) 30°
- B) 50°
- C) 60°
- D) 70°
- E) 100°



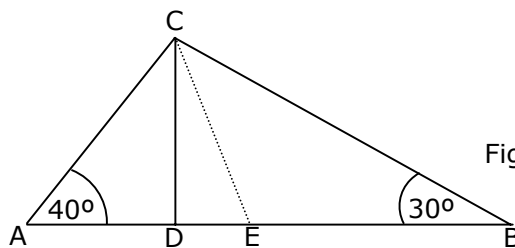
10. En el triángulo ABC rectángulo en C de la figura 8, \overline{CD} Transversal de Gravedad. Si $R CAD = 50^\circ$, entonces el ángulo DCB mide

- A) 20°
- B) 25°
- C) 30°
- D) 40°
- E) 5°



11. Desde el vértice C del triángulo ABC de la figura 9, se ha trazado la altura \overline{CD} y la bisectriz \overline{CE} del ángulo ACB. Entonces, el $R DCE$ mide

- A) 25°
- B) 20°
- C) 15°
- D) 10°
- E) 5°



12. En el triángulo LMN de la figura 10, H es el ortocentro y $\angle LMN = 66^\circ$. Luego, el $\angle LHN$ mide

- A) 94°
- B) 114°
- C) 118°
- D) 123°
- E) 124°

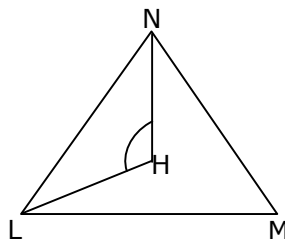


Fig. 10

13. En el $\triangle ABC$ (fig. 11), \overline{AD} transversal gravedad y $\angle CAD = \angle BAD$. Entonces, la medida del ángulo ADB es

- A) 110°
- B) 100°
- C) 90°
- D) 80°
- E) 60°

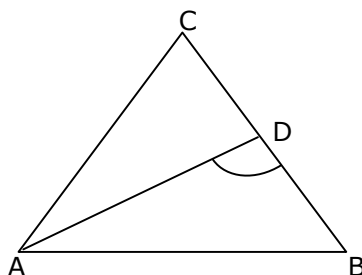


Fig. 11

14. En la figura 12, los puntos A, B y D son colineales, $\triangle ABC \cong \triangle DBE$, $\alpha = 36^\circ$ y $\angle CBE = 20^\circ$, ¿cuánto mide el $\angle BED$?

- A) 20°
- B) 36°
- C) 64°
- D) 108°
- E) 116°

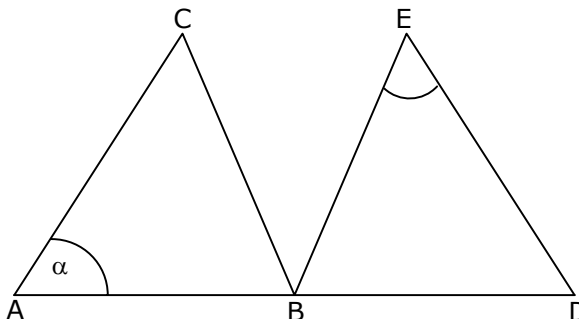


Fig. 12

15. En la figura 13, se tiene que $\triangle ABC \cong \triangle DBE \cong \triangle DBC$. Si $\angle BED = 30^\circ$, entonces ¿cuánto mide $\angle CBD$?

- A) 30°
- B) 60°
- C) 80°
- D) 90°
- E) 120°

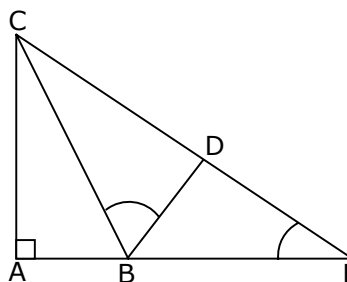


Fig. 13

16. En la figura 14, $\triangle PQR \cong \triangle PST$ y T pertenece a \overline{RQ} . Se puede determinar el ángulo PTR si:

(1) $\angle RQP = 50^\circ$

(2) $\angle RST = 65^\circ$

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

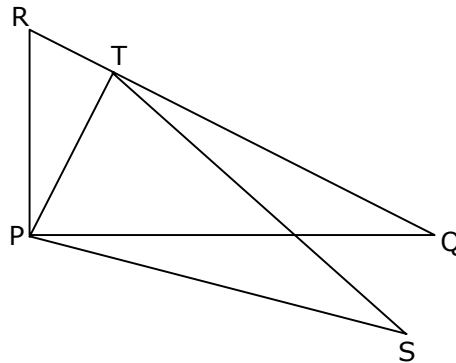


Fig. 14

17. En la figura 15, el valor de $\alpha + \delta$ se puede determinar si:

(1) \overline{AD} es bisectriz.

(2) D punto medio.

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

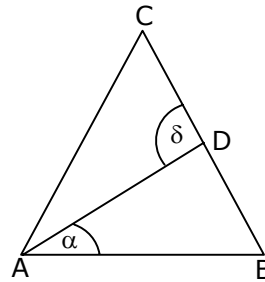


Fig. 15

18. En la figura 16, los triángulos ABC y DAE son rectángulos en A y D respectivamente y $B \in \overline{DE}$. Entonces, $\triangle ABC \cong \triangle DAE$ si:

(1) $\overline{AC} \cong \overline{DE}$

(2) $\angle ACB \cong \angle DEA$

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

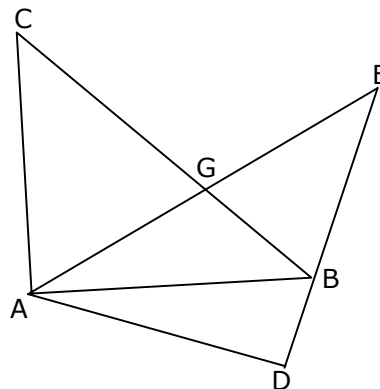


Fig. 16

19. Los triángulos ABC y BAD son congruentes figura 17, se puede determinar la medida del $\angle AEB$ si:

- (1) $\angle BAD = 40^\circ$
 (2) $\overline{CE} \cong \overline{EB} \cong \overline{DE} \cong \overline{EA}$

- A) (1) por sí sola
 B) (2) por sí sola
 C) Ambas juntas (1) y (2)
 D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
 E) Se requiere información adicional

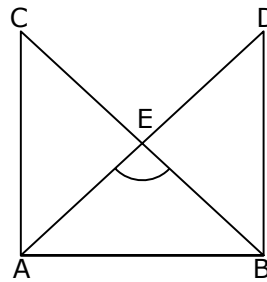


Fig. 17

20. $\triangle ADC \cong \triangle BEC$ (figura 18). El $\triangle DEC$ es equilátero si:

- (1) $\angle DAC = 30^\circ$
 (2) $\angle ADC = 120^\circ$

- A) (1) por sí sola
 B) (2) por sí sola
 C) Ambas juntas (1) y (2)
 D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
 E) Se requiere información adicional

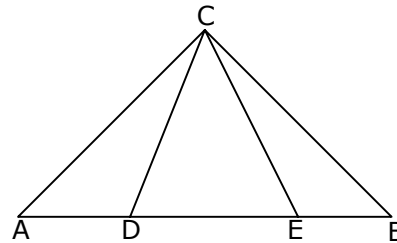


Fig. 18

RESPUESTAS

Ejemplos Págs.	1	2
1	E	C
2	C	E
3	D	B
4	B	B
5	D	B
6	C	E

CLAVES PÁG. 7

1. E 6. D 11. E 16. D
 2. D 7. D 12. B 17. E
 3. B 8. A 13. C 18. C
 4. E 9. E 14. C 19. A
 5. E 10. D 15. B 20. B