

## GUÍA TEÓRICO PRÁCTICA N° 10

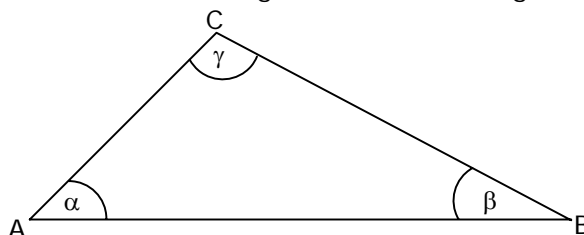
## UNIDAD: GEOMETRÍA

## ÁNGULOS EN TRIÁNGULOS

## TEOREMA 1

En todo triángulo, la suma de las medidas de los ángulos interiores es igual a  $180^\circ$ .

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$



## EJEMPLOS

1. En el triángulo de la figura 1, el valor del ángulo  $x$  es

- A)  $19^\circ$
- B)  $23^\circ$
- C)  $29^\circ$
- D)  $58^\circ$
- E)  $116^\circ$

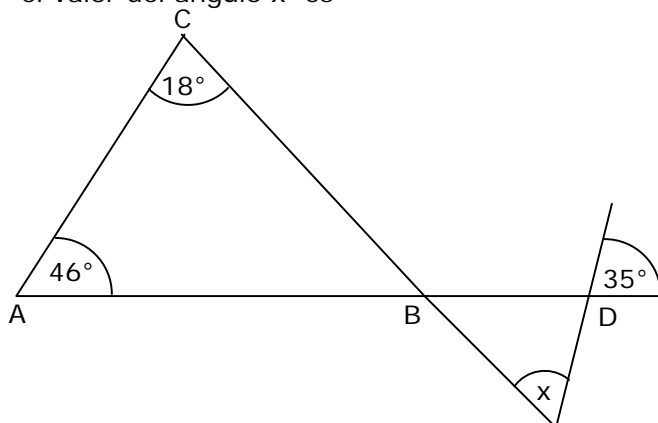


Fig. 1

2. En el  $\triangle ABC$  de la figura 2,  $\alpha$  es igual a

- A)  $20^\circ$
- B)  $25^\circ$
- C)  $30^\circ$
- D)  $35^\circ$
- E)  $40^\circ$

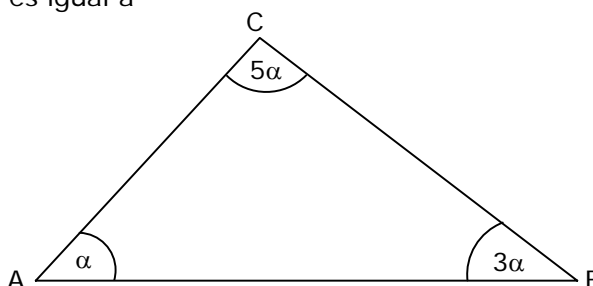


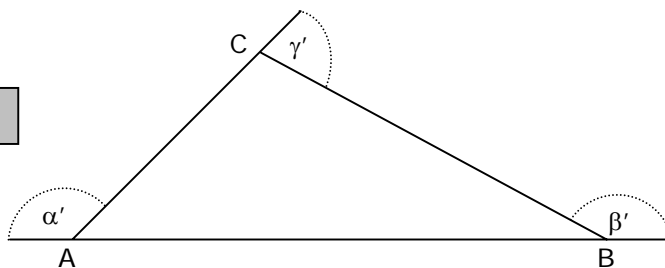
Fig. 2

---

**TEOREMA 2**

En todo triángulo, la suma de las medidas de los ángulos exteriores es igual a  $360^\circ$

$$\alpha' + \beta' + \gamma' = 360^\circ$$



---

**EJEMPLOS**

1. En el  $\triangle GHI$  de la figura 1, el valor de  $x$  es

- A)  $45^\circ$
- B)  $75^\circ$
- C)  $135^\circ$
- D)  $150^\circ$
- E)  $210^\circ$

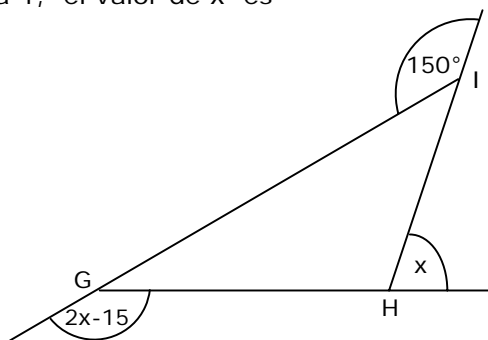


Fig. 1

2. En el  $\triangle ABC$  de la figura 2,  $x + y$  es

- A)  $58^\circ$
- B)  $122^\circ$
- C)  $160^\circ$
- D)  $180^\circ$
- E)  $238^\circ$

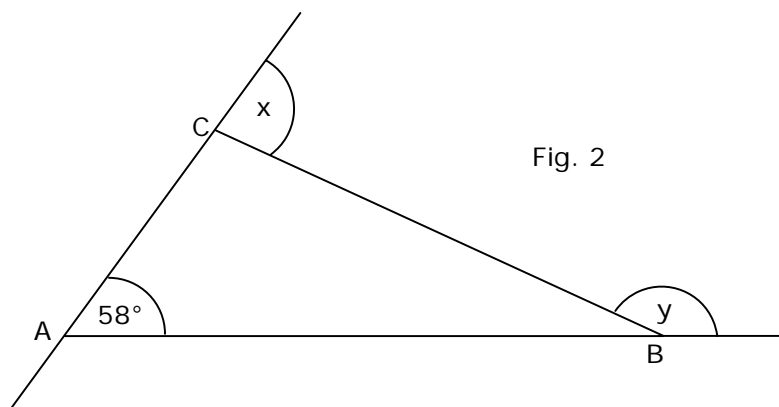


Fig. 2

---

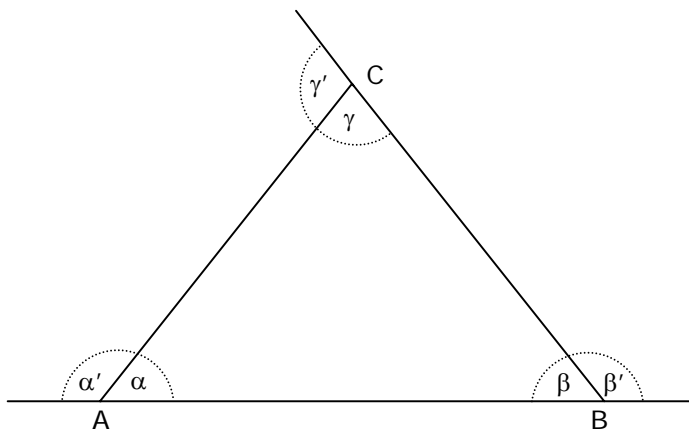
**TEOREMA 3**

En todo triángulo, la medida de cada ángulo exterior es igual a la suma de las medidas de los ángulos interiores no adyacentes a él.

$$\alpha' = \beta + \gamma$$

$$\beta' = \alpha + \gamma$$

$$\gamma' = \alpha + \beta$$



---

**EJEMPLOS**

1. El valor de  $\gamma$  en el  $\triangle DEF$  de la figura 1, con  $G \in \overline{DE}$ , es

- A)  $30^\circ$
- B)  $40^\circ$
- C)  $50^\circ$
- D)  $60^\circ$
- E)  $70^\circ$

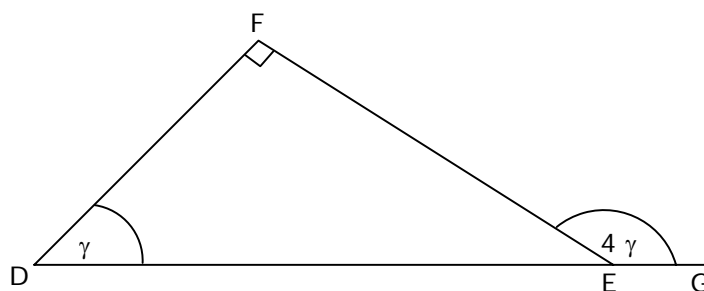


Fig. 1

2. Al expresar  $\alpha$  en función de  $x$  en el  $\triangle PQR$  de la figura 2, se obtiene

- A)  $70^\circ + x$
- B)  $70^\circ - x$
- C)  $x - 70^\circ$
- D)  $110^\circ - x$
- E)  $x + 110^\circ$

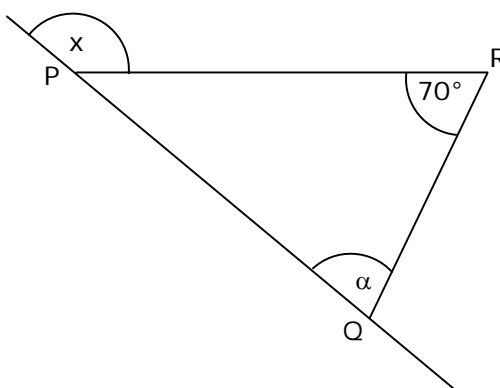


Fig. 2

---

## CLASIFICACIÓN DE LOS TRIÁNGULOS

### i) Según sus lados:

Escaleno:	Tiene sus tres lados de distinta medida.
Isósceles:	Tiene sólo dos lados de igual medida.
Equilátero:	Tiene sus lados de igual medida.

### ii) Según sus ángulos:

Acutángulo:	Tiene sus tres ángulos agudos.
Rectángulo:	Tiene un ángulo recto.
Obtusángulo:	Tiene un ángulo obtuso.

---

## EJEMPLOS

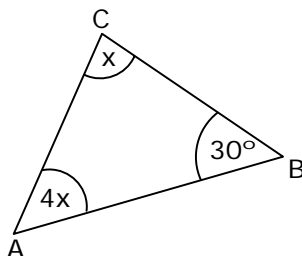
1. ¿Cuál de las siguientes opciones es siempre falsa?

Un triángulo puede ser

- A) isósceles y rectángulo
- B) isósceles y obtusángulo
- C) isósceles y acutángulo
- D) escaleno y obtusángulo
- E) equilátero y obtusángulo

2. La clasificación del triángulo de la figura 1, es

- A) escaleno y acutángulo
- B) escaleno y rectángulo
- C) isósceles y acutángulo
- D) isósceles y obtusángulo
- E) isósceles y rectángulo



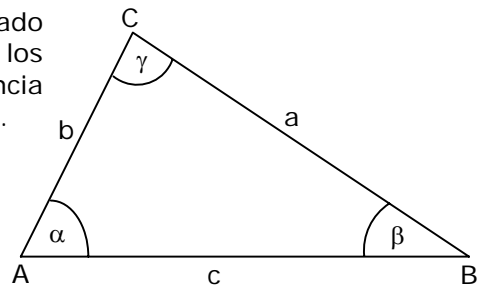
3. Los ángulos interiores de un triángulo miden respectivamente  $3\alpha$ ,  $2\alpha$  y  $3\alpha$ . Luego, el triángulo es

- A) acutángulo y no isósceles
- B) escaleno rectángulo
- C) obtusángulo y no isósceles
- D) rectángulo e isósceles
- E) acutángulo e isósceles

**OTROS TEOREMAS REFERENTES A UN TRIÁNGULO CUALQUIERA**

**TEOREMA 4:** En todo triángulo, la medida de cada lado es menor que la suma de las medidas de los otros dos y mayor que la diferencia (positiva) de las medidas de los otros dos.

$$\begin{aligned} |c - b| < a < b + c \\ |c - a| < b < a + c \\ |a - b| < c < a + b \end{aligned}$$



**TEOREMA 5:** En todo triángulo, a mayor ángulo se opone mayor lado y viceversa.

$$\alpha > \beta \text{ si y sólo si } a > b$$

**EJEMPLOS**

1. De acuerdo al triángulo de la figura 1, ¿cuál de las siguientes desigualdades es siempre verdadera?

- A)  $2 < x < 14$
- B)  $3 < x < 13$
- C)  $4 < x < 12$
- D)  $5 < x < 11$
- E)  $6 < x < 10$

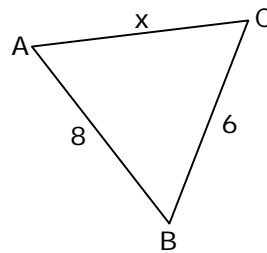


Fig. 1

2. En el  $\Delta ABC$  de la figura 2, el orden decreciente de las medidas de los lados es

- A)  $c > b > a$
- B)  $a > c > b$
- C)  $a > b > c$
- D)  $b > a > c$
- E)  $b > c > a$

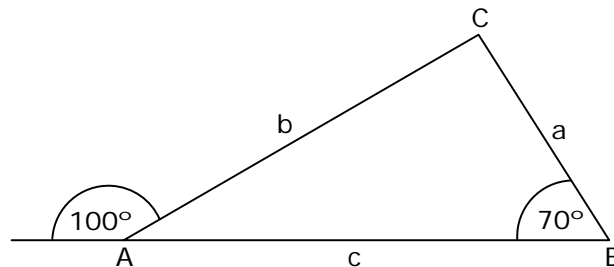


Fig. 2

3. En el  $\Delta ABC$  de la figura 3, se tiene que  $\alpha', \beta'$  y  $\gamma'$  son los ángulos exteriores. Si  $\alpha' : \beta' : \gamma' = 2 : 3 : 4$ , entonces el orden creciente de las medidas de los lados es

- A)  $a < b < c$
- B)  $a < c < b$
- C)  $b < a < c$
- D)  $b < c < a$
- E)  $c < b < a$

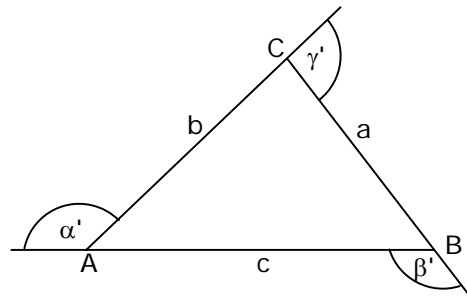


Fig. 3

**EJERCICIOS**

1. Si el triángulo ABC de la fig. 1, es rectángulo en C, entonces el complemento del  $R x$  mide

- A)  $22^\circ$
- B)  $36^\circ$
- C)  $44^\circ$
- D)  $46^\circ$
- E)  $34^\circ$

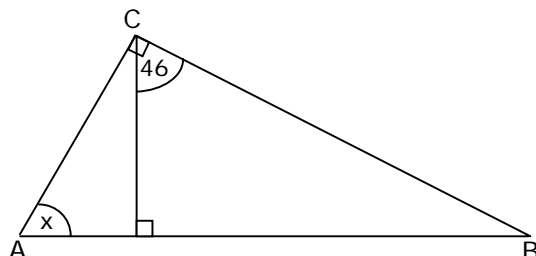


Fig. 1

2. El valor de  $\gamma$  en el  $\triangle DEF$  de la figura 2, con  $G \in \overline{DE}$ , es

- A)  $20^\circ$
- B)  $30^\circ$
- C)  $80^\circ$
- D)  $100^\circ$
- E)  $120^\circ$

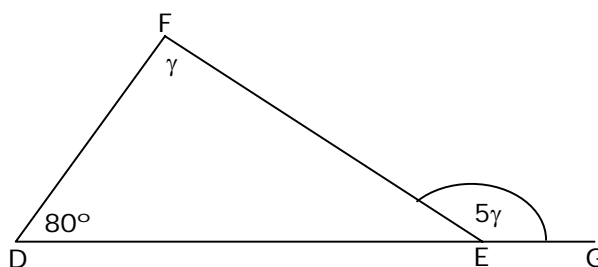


Fig. 2

3. En el triángulo ABC de la fig. 3, se traza la transversal  $\overline{DE}$ , ¿cuánto mide el ángulo  $x$ ?

- A)  $63^\circ$
- B)  $70^\circ$
- C)  $117^\circ$
- D)  $103^\circ$
- E) Ninguna de las anteriores

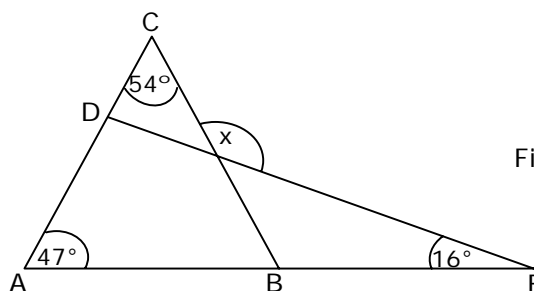


Fig. 3

4. En la figura 4,  $\angle DAB = \angle CBA$ . Entonces, el  $\angle x$  mide

- A)  $80^\circ$
- B)  $100^\circ$
- C)  $110^\circ$
- D)  $120^\circ$
- E)  $140^\circ$

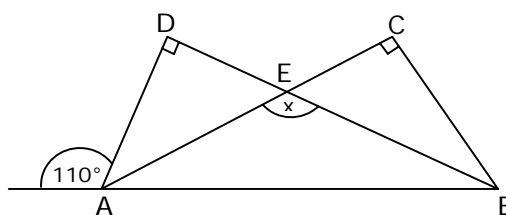


Fig. 4

5. De acuerdo a la información suministrada en la figura 5, ¿cuál es la medida del  $\angle x$ ?

- A)  $110^\circ$
- B)  $120^\circ$
- C)  $150^\circ$
- D)  $160^\circ$
- E)  $170^\circ$

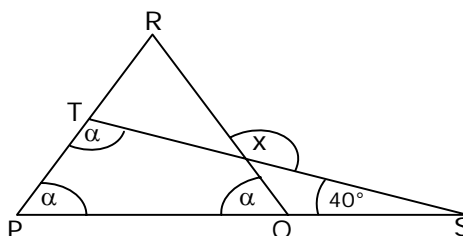


Fig. 5

6. En la figura 6,  $\overline{ED} \perp \overline{AB}$ ,  $\overline{BC} \perp \overline{CE}$  y  $\alpha = \frac{1}{3}\gamma$ . ¿Cuál es la medida del ángulo  $\delta$  si  $\gamma = 120^\circ$ ?

- A)  $10^\circ$
- B)  $20^\circ$
- C)  $30^\circ$
- D)  $45^\circ$
- E)  $60^\circ$

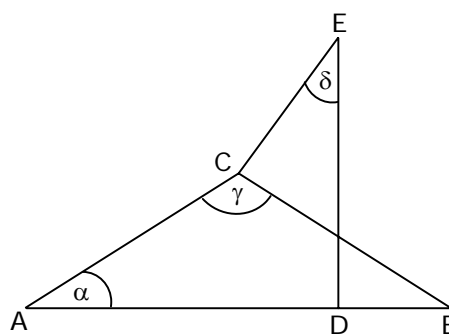


Fig. 6

7. En el triángulo de la figura 7, el ángulo  $\beta$  es igual a

- A)  $2\gamma + \alpha$
- B)  $2\gamma - \alpha$
- C)  $\gamma + \alpha$
- D)  $2\gamma$
- E)  $\gamma$

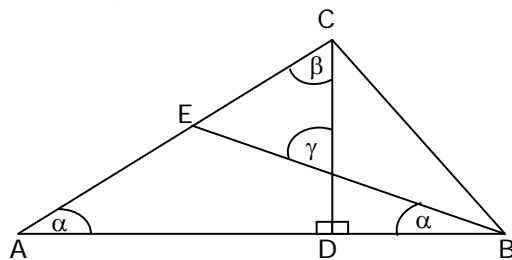


Fig. 7

8. En el triángulo ABC de la figura 8,  $\overline{AE}$  y  $\overline{CD}$  son bisectrices de los ángulos CAB y ACB respectivamente. Entonces, el ángulo  $x$  mide

- A)  $146^\circ$
- B)  $158^\circ$
- C)  $168^\circ$
- D)  $68^\circ$
- E)  $36^\circ$

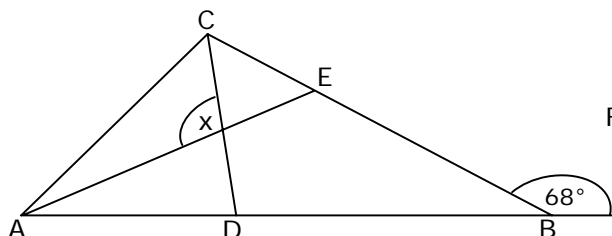


Fig. 8

9. En la figura 9, se tiene que  $\beta - \alpha = 10^\circ$ . Entonces, la medida del  $R x$  es

- A)  $85^\circ$
- B)  $95^\circ$
- C)  $100^\circ$
- D)  $115^\circ$
- E)  $125^\circ$

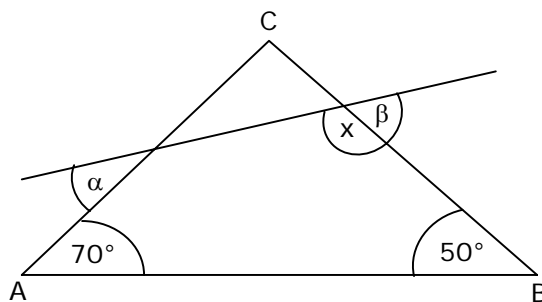


Fig. 9



10. En la figura 10, el  $\Delta ABC$  es rectángulo en C. Si  $\alpha + \varepsilon = 120^\circ$ , entonces el ángulo  $\alpha$  mide

- A)  $105^\circ$
- B)  $15^\circ$
- C)  $12,5^\circ$
- D)  $10^\circ$
- E)  $8^\circ$

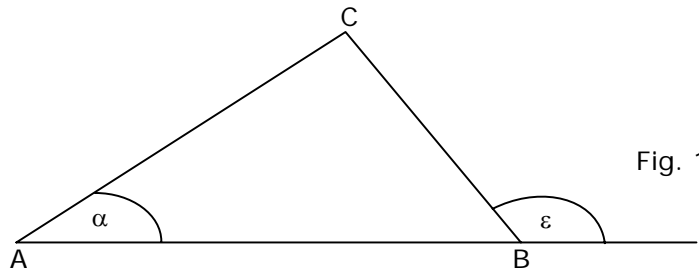


Fig. 10

11. En el triángulo ABC, de la figura 11 es rectángulo en C,  $\overline{CD} \perp \overline{AB}$  y  $\overline{AE}$  es bisectriz. Si  $\angle AFD = 57^\circ$ , entonces la medida del  $\angle ABC$  es

- A)  $24^\circ$
- B)  $26^\circ$
- C)  $28^\circ$
- D)  $34^\circ$
- E)  $57^\circ$

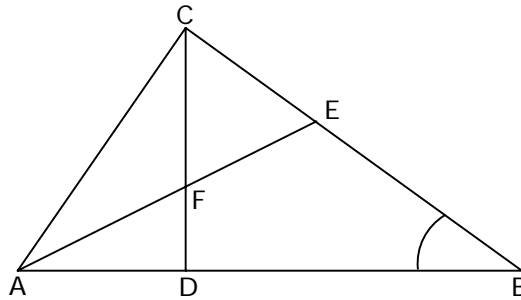


Fig. 11

12. Si en el triángulo ABC de la figura 12,  $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$  y  $\beta' - \varepsilon = 80^\circ$ , entonces el ángulo x mide

- A)  $130^\circ$
- B)  $100^\circ$
- C)  $80^\circ$
- D)  $60^\circ$
- E)  $50^\circ$

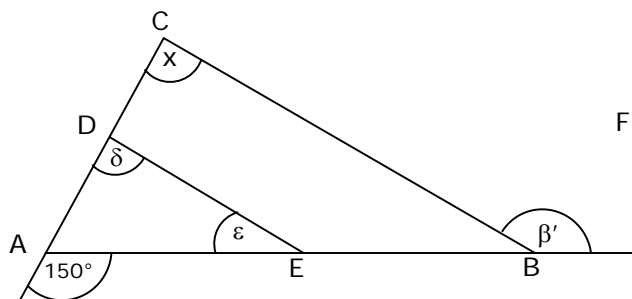


Fig. 12

13. En la figura 13,  $\gamma = 60^\circ$ . ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s)?

- I)  $\alpha$  y  $\beta$  son ángulos suplementarios
  - II)  $\beta = \frac{1}{5} \alpha$
  - III)  $\gamma = \alpha - 3\beta$
- A) Sólo I
  - B) Sólo II
  - C) Sólo III
  - D) Sólo I y II
  - E) I, II y III

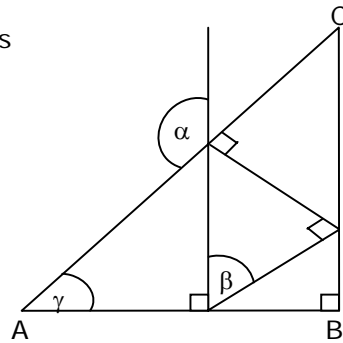


Fig. 13

14. En un triángulo, un ángulo interior mide  $20^\circ$  más que el otro, pero  $35^\circ$  menos que el tercero. ¿Cuál es la diferencia entre el suplemento del menor y el complemento del mayor?

- A)  $150^\circ$
- B)  $145^\circ$
- C)  $140^\circ$
- D)  $120^\circ$
- E)  $90^\circ$

15. Si en la figura 14,  $\angle PSR = 40^\circ$ , entonces  $\angle RQP + \angle RQT + \angle RTS =$

- A)  $50^\circ$
- B)  $60^\circ$
- C)  $80^\circ$
- D)  $140^\circ$
- E)  $180^\circ$

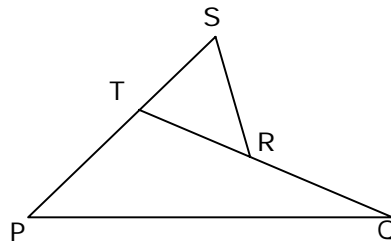


Fig. 14

16. Se puede calcular la medida del  $\angle ADE$  de la figura 15, si:

- (1) Los tres ángulos exteriores del  $\triangle ABC$  miden lo mismo.
- (2) El  $\triangle DBE$  es rectángulo en E.

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

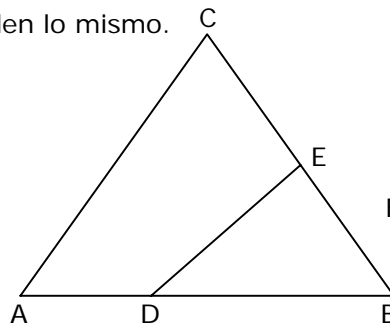


Fig. 15

17. El  $\triangle ABC$  de la figura 16 es rectángulo si:

- (1)  $\angle BAC = \angle ABC$
- (2)  $\angle AFB = 135^\circ$ ;  $\overline{AD}$  y  $\overline{BE}$  son bisectrices
- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

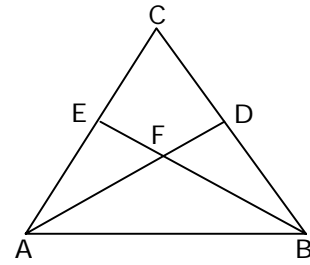


Fig. 16

18. Las medidas de los ángulos  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  del  $\triangle ABC$  de la figura 17, se pueden determinar si:

- (1)  $\overline{AB} = 2\overline{AC}$
- (2)  $\overline{AC} \perp \overline{BC}$  y  $\alpha = 2\beta$
- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

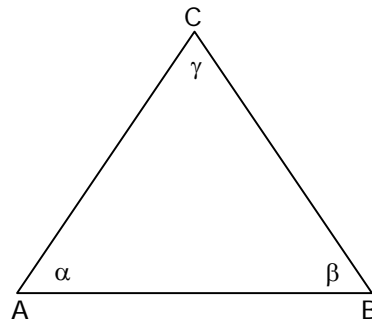


Fig. 17

19. En el  $\triangle ABC$  de la figura 18,  $\overline{AC} = \overline{BC}$  y  $\overline{BM}$  bisectriz del  $\angle DBF$ . La medida del  $\angle x$  se puede determinar si:

- (1)  $\alpha = 56^\circ$  y  $\overline{CM} \perp \overline{AB}$
- (2)  $\delta = 34^\circ$
- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

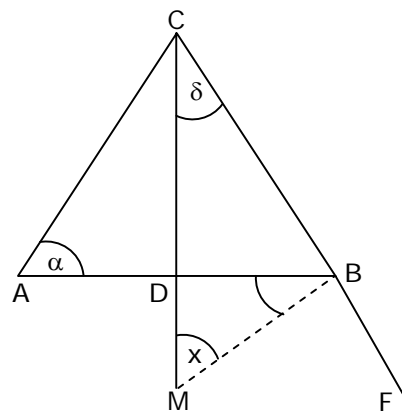


Fig. 18

20. En la figura 19, para determinar la medida del  $\angle R x$  es necesario saber que:

- (1)  $\overline{AC}$  bisectriz del  $\angle DAB$ .
  - (2)  $\overline{BC}$  bisectriz del  $\angle DBE$ .
- A) (1) por sí sola
  - B) (2) por sí sola
  - C) Ambas juntas, (1) y (2)
  - D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
  - E) Se requiere información adicional

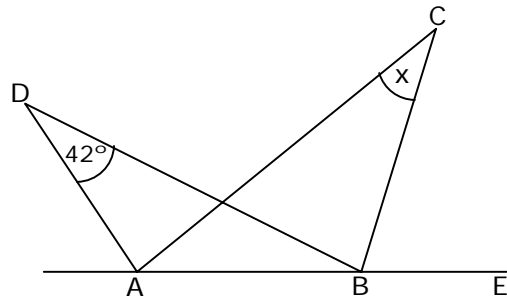


Fig. 18

### RESPUESTAS

Ejemplos Págs.	1	2	3
1	C	A	
2	B	E	
3	A	C	
4	E	D	E
5	A	C	E

CLAVES PÁG. 6

- 1. D    6. B    11. A    16. C
- 2. A    7. E    12. B    17. B
- 3. C    8. A    13. E    18. B
- 4. E    9. D    14. B    19. A
- 5. C    10. B    15. D    20. C