

UNIDAD: GEOMETRÍA

ÁNGULOS

1. CLASIFICACIÓN DE LOS ÁNGULOS DE ACUERDO A SU MEDIDA

Ángulo nulo	: Es aquel que mide 0° .
Ángulo agudo	: Es aquel que mide más de 0° y menos de 90° .
Ángulo recto	: Es aquel que mide 90° .
Ángulo obtuso	: Es aquel que mide más de 90° y menos de 180° .
Ángulo extendido	: Es aquel que mide 180° .
Ángulo completo	: Es aquel que mide 360° .

EJEMPLOS

1. Si α es un ángulo agudo, entonces el ángulo BOC de la figura 1 es

- A) agudo
- B) recto
- C) obtuso
- D) extendido
- E) completo

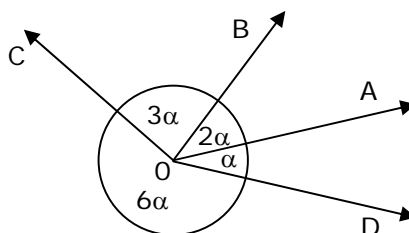


Fig. 1

2. ¿Cuál de las siguientes opciones es siempre verdadera?

- A) La suma de un ángulo agudo con un obtuso resulta extendido
- B) La mitad de un obtuso es un ángulo recto
- C) La suma de un ángulo obtuso con uno extendido resulta completo
- D) La suma de dos ángulos rectos con un extendido resulta completo
- E) La suma de dos ángulos agudos resulta un recto

3. Si en la figura 2, $\angle BOC = 30^\circ$ y $\angle AOC = \angle BOD$, entonces el ángulo COD es

- A) agudo
- B) recto
- C) obtuso
- D) extendido
- E) falta información

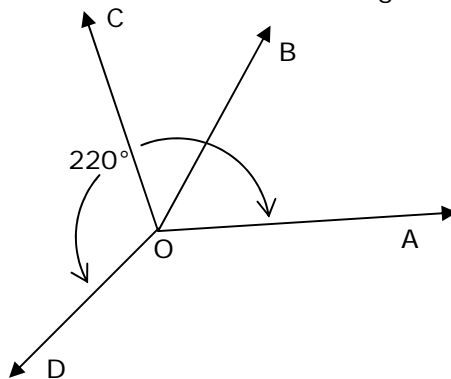
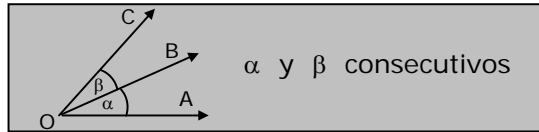


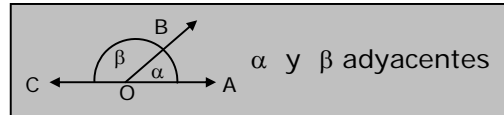
Fig. 2

2. CLASIFICACIÓN DE LOS ÁNGULOS SEGÚN SU POSICIÓN

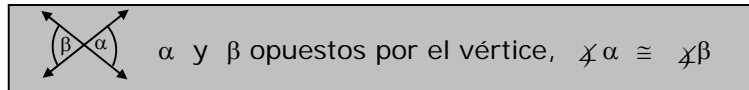
Ángulos consecutivos : Son aquellos que tienen el vértice y un lado en común.



Ángulos adyacentes o par lineal : Son aquellos que tienen el vértice y un lado en común y los otros dos lados sobre una misma recta.

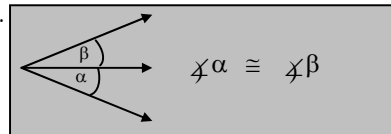


Ángulos opuestos por el Vértice : Son aquellos que tienen el vértice en común y que los lados de uno son las prolongaciones de los lados del otro.

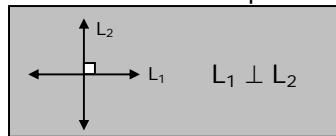


OBSERVACIONES

a) **Bisectriz de un ángulo** : Es el rayo que divide al ángulo, en dos ángulos de igual medida (congruentes).



b) **Rectas perpendiculares** : Son dos rectas que al cortarse forman un ángulo recto.



EJEMPLOS

1. En la figura 1, si $\alpha + \beta = 250^\circ$ y $\beta + \lambda = 270^\circ$, entonces $\beta - \lambda =$

- A) 110°
- B) 90°
- C) 70°
- D) 50°
- E) 30°

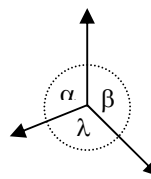


Fig. 1

2. En la figura 2, $L_1 \perp L_3$, la recta L_4 bisecta al ángulo formado por L_1 y L_3 , la recta L_2 bisecta el ángulo formado por L_3 y L_4 , entonces ¿Cuál de las alternativas siguientes es Falsa?

- A) $\sphericalangle 6 = \sphericalangle 7$
- B) $\sphericalangle 5 = \sphericalangle 2 + \sphericalangle 3$
- C) $\sphericalangle 1 = \sphericalangle 6 + \sphericalangle 7$
- D) $\sphericalangle 1 = \sphericalangle 5$
- E) $\sphericalangle 7 = \sphericalangle 4$

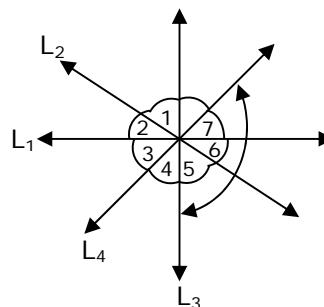


Fig. 2

3. CLASIFICACIÓN DE LOS ÁNGULOS DE ACUERDO A LA SUMA DE SUS MEDIDAS

Ángulos complementarios : Son dos ángulos cuyas medidas suman 90° . Si α y β son complementarios, α es el complemento de β y β es el complemento de α . El complemento de un ángulo x es $90^\circ - x$.

Ángulos suplementarios : Son dos ángulos cuyas medidas suman 180° . Si α y β son suplementarios, α es el suplemento de β y β es el suplemento de α . El suplemento de un ángulo x es $180^\circ - x$.

EJEMPLOS

- El complemento de un ángulo α es igual al doble de dicho ángulo. ¿Cuánto mide α ?
 - 60°
 - 45°
 - 30°
 - 20°
 - 15°
- El complemento del suplemento de un ángulo α es 30° . ¿Cuánto mide α ?
 - 120°
 - 80°
 - 60°
 - 45°
 - 30°
- Si α y 5β son ángulos suplementarios, entonces α en función de 5β es
 - $90^\circ - 5\beta$
 - $5\beta - 90^\circ$
 - $180^\circ - 5\beta$
 - $5\beta - 180^\circ$
 - $180^\circ + 5\beta$
- Dos ángulos suplementarios son tales que el mayor excede en 30° a cinco veces el menor. ¿Cuál es la medida del menor de ellos?
 - 15°
 - 25°
 - 30°
 - 35°
 - 40°

4. PARES DE ÁNGULOS FORMADOS POR DOS RECTAS PARALELAS CORTADAS POR UNA TRANSVERSAL

ÁNGULOS ALTERNOS:

ALTERNOS EXTERNOS	ALTERNOS INTERNOS
1 con 7 2 con 8	3 con 5 4 con 6

Los ángulos alternos entre paralelas tienen la misma medida.

ÁNGULOS CORRESPONDIENTES

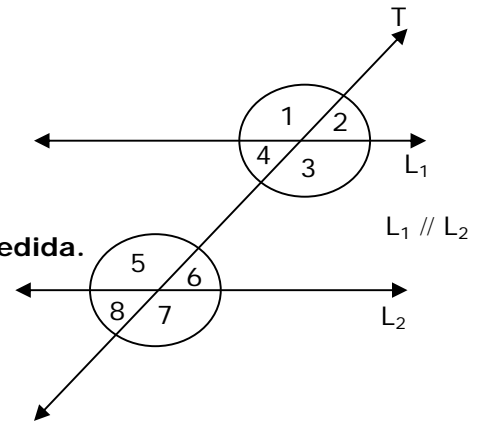
1 con 5	2 con 6	3 con 7	4 con 8
---------	---------	---------	---------

Los ángulos correspondientes entre paralelas tienen la misma medida.

ÁNGULOS COLATERALES

COLATERALES EXTERNOS	COLATERALES INTERNOS
1 con 8 2 con 7	4 con 5 3 con 6

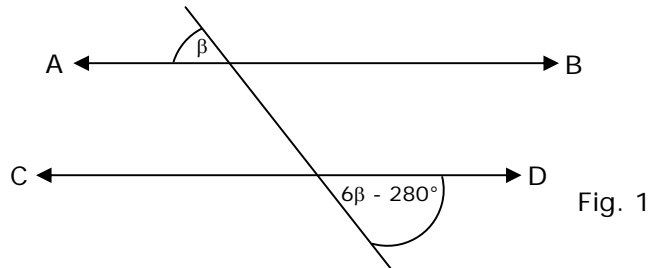
Los ángulos colaterales entre paralelas suman 180° .



EJEMPLOS

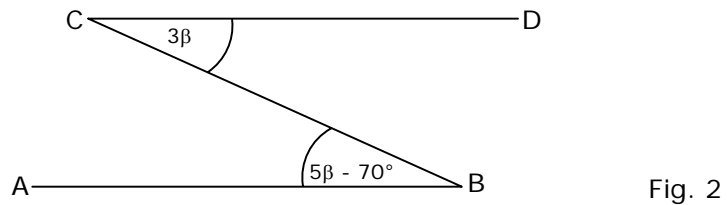
1. En la figura 1, $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$. Entonces, la clasificación de β corresponde a un ángulo

- A) agudo
- B) recto
- C) obtuso
- D) extendido
- E) completo



2. En la figura 2, $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$. ¿Cuánto mide β ?

- A) 15°
- B) 20°
- C) 25°
- D) 30°
- E) 35°



EJERCICIOS

1. Sea α un ángulo. Si el triple de α es un ángulo agudo, entonces α puede tomar el(los) valor(es):

- I) $\alpha = 28^\circ$
- II) $\alpha = 14^\circ$
- III) $\alpha = 31^\circ$

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo I y III
- D) Sólo I y II
- E) I, II y III

2. Si la mitad del suplemento de α es igual a la mitad del complemento de β , entonces, $\alpha - \beta =$

- A) 90°
- B) 45°
- C) 30°
- D) 135°
- E) 180°

3. "El doble de un ángulo agudo α es un ángulo obtuso". ¿Cuál(es) de las siguientes medidas de α cumple(n) la relación enunciada?

- I) $\alpha = 45^\circ$
- II) $\alpha = 70^\circ$
- III) $\alpha = 44^\circ$

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo I y III
- E) Sólo II y III

4. Si α aumentase en 5° , su complemento mediría 45° , entonces ¿cuánto mide el suplemento de α ?

- A) 45°
- B) 60°
- C) 90°
- D) 120°
- E) 140°

5. Si el triple del complemento de $(\alpha - 30^\circ)$ es igual al suplemento de $(\alpha - 40^\circ)$, entonces α mide
- A) 25°
 - B) 70°
 - C) 80°
 - D) 100°
 - E) 155°

6. En la figura 1, $\alpha = 3\beta$ y $\delta = 2\beta$, entonces $2\delta =$

- A) 120°
- B) 60°
- C) 45°
- D) 30°
- E) 15°

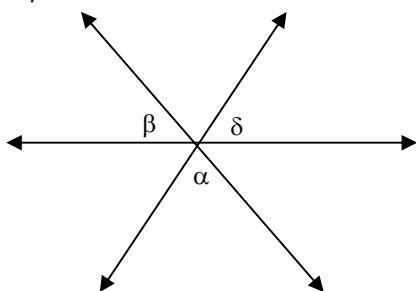


Fig. 1

7. Sabiendo que $\beta = 70^\circ$ y $\varepsilon = 40^\circ$, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s)?

- I) El complemento de $\beta - \varepsilon$ es 30° .
- II) El complemento de la mitad de ε es igual a la mitad del suplemento de ε .
- III) El suplemento de ε es igual a 2β .

- A) Sólo I y II
- B) Sólo I y III
- C) Sólo II y III
- D) Sólo I, II y III
- E) Ninguna de ellas

8. En la figura 2, se cumple que $\alpha + 4\beta + 2\lambda + 5\delta =$

- A) 180°
- B) 360°
- C) 720°
- D) 1080°
- E) Ninguna de las anteriores

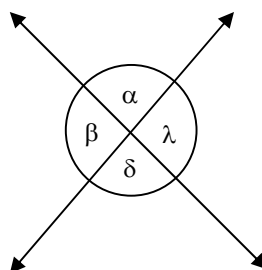


Fig. 2

9. En la figura 3, los puntos E, O y A son colineales. Además, $\angle BOC = 70^\circ$ y $2\angle AOB = \angle EOD = 3\angle DOC$. Entonces, la medida del $\angle AOB$ es

- A) 30°
- B) 45°
- C) 70°
- D) 75°
- E) 100°

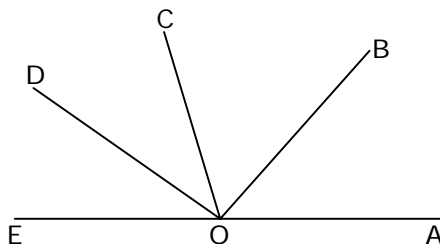


Fig. 3

10. En la figura 4, $L_1 \parallel L_2$. ¿Cuánto mide α ?

- A) 8°
- B) 10°
- C) 15°
- D) 20°
- E) 30°

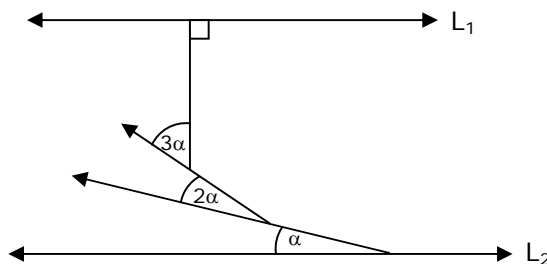


Fig. 4

11. En la figura 5, L_1, L_2, L_3 y L_4 son rectas tales que $L_3 \parallel L_4$ y L_3 es bisectriz del ángulo obtuso formado por L_1 y L_2 . El valor de x es

- A) 20°
- B) 30°
- C) 60°
- D) 70°
- E) 50°

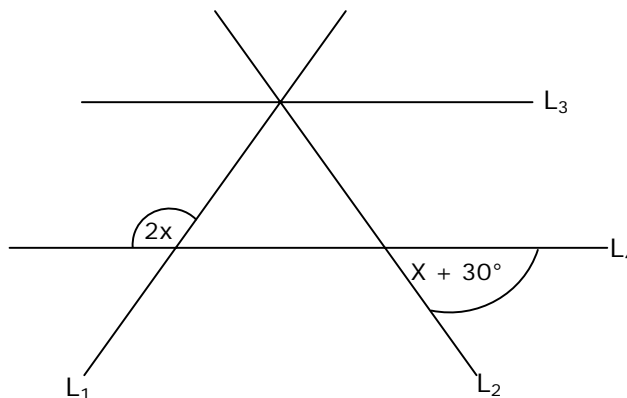


Fig. 5

12. En la figura 6, $\overline{RS} \parallel \overline{TU}$, $\angle QMP = \angle PMN = \angle MNP$ y $\angle 1 = \angle 3$. Entonces, $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 =$

- A) 135°
- B) 145°
- C) 150°
- D) 180°
- E) Ninguna de las anteriores

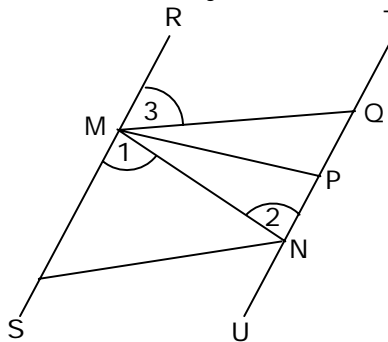
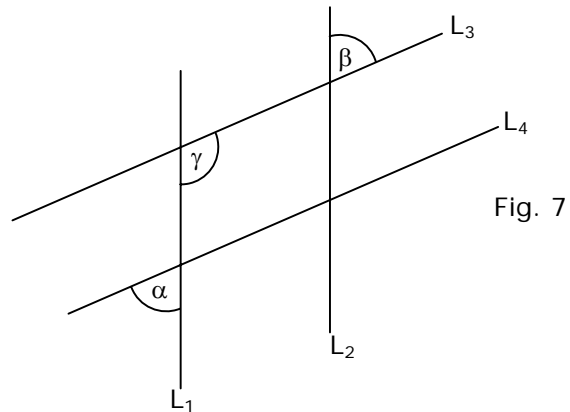


Fig. 6

13. En la figura 7, $L_1 \parallel L_2$, $L_3 \parallel L_4$ y $\alpha + \beta = 50^\circ$. Entonces, el suplemento de γ es

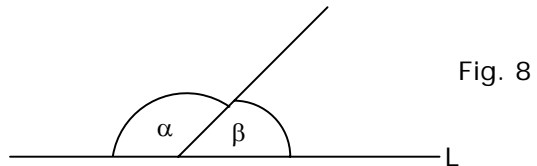
- A) 25°
- B) 50°
- C) 90°
- D) 130°
- E) 155°



14. En la figura 8, L es una recta. Para determinar la medida R α es necesario saber que:

- (1) $\alpha - \beta = 90^\circ$
- (2) $\alpha = 3\beta$

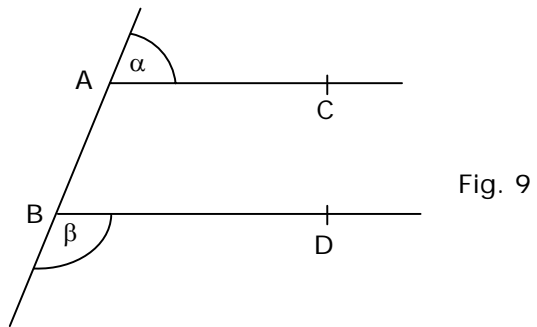
- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional



15. En la figura 9, la medida del R α se puede determinar si:

- (1) $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$
- (2) $7\alpha = 2\beta$

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional



RESPUESTAS

Ejemplos	1	2	3	4
Págs.				
1	B	D	C	
2	D	A		
3	C	A	C	B
4	A	E		

CLAVES PÁG. 5

- 1. D 6. A 11. E
- 2. A 7. C 12. A
- 3. B 8. D 13. A
- 4. E 9. A 14. D
- 5. B 10. C 15. C