

GUÍA TEÓRICO PRÁCTICA N° 31

UNIDAD: ESTADÍSTICA Y PROBABILIDADES

ESTADÍSTICA

Estadística:	Es una rama de la matemática que comprende Métodos y Técnicas que se emplean en la recolección, ordenamiento, resumen, análisis, interpretación y comunicación de conjuntos de datos.
Población:	Es un conjunto cuyos elementos poseen alguna característica común que se quiere estudiar, ya sea de individuos, de animales, de objetos, de medidas, de producciones, de acontecimientos o de sucesos. Las poblaciones pueden ser finitas o infinitas.
Muestra:	Es un subconjunto de la población, que debe ser representativa y aleatoria.
Variable: Cualitativa	Son aquellas cuando las observaciones realizadas se refieren a un atributo (no son numéricas), por ejemplo: sexo, nacionalidad, profesión, etc.
Variable: Cuantitativa	Son aquellas en que cada observación tiene un valor expresado por un número real, por ejemplo: peso, temperatura, salario, etc.

Las variables cuantitativas pueden ser de 2 tipos:

- ♦ **Discretas:** Que toman sólo valores enteros, por ejemplo: número de hijos, número de departamentos en un edificio, etc.
 - ♦ **Continuas:** Susceptibles de tomar cualquier valor, por ejemplo: el peso, la estatura, etc.
 - ♦ **Experimento Estadístico:** Conjunto de procesos utilizados para la obtención de datos.
 - ♦ **Datos Estadísticos:** Cada uno de los valores que se obtienen en un experimento.
-

EJEMPLO

1. El peso de los pacientes de un consultorio médico es una variable:

- I) Cuantitativa.
 - II) Discreta.
 - III) Continua.
-
- A) Sólo I
 - B) Sólo II
 - C) Sólo III
 - D) Sólo I y II
 - E) Sólo I y III

TABULACIÓN DE DATOS

Frecuencia (f): Número de veces que se repite un dato (también se le denomina frecuencia absoluta).

Frecuencia relativa (fr): Es el cociente entre la frecuencia absoluta de uno de los valores de la variable y el total de datos.

Frecuencia acumulada (f_{ac}): Es la que se obtiene sumando ordenadamente las frecuencias absolutas hasta la que ocupa la última posición.

Frecuencia relativa acumulada (fr_{ac}): Es la que se obtiene sumando ordenadamente la frecuencia relativa hasta la que ocupa la última posición.

Para representar los datos obtenidos se recurre a tablas estadísticas. Se construyen formando dos columnas de datos. En la primera columna, se consignan los resultados que se han obtenido de la medida de la variable estadística, en orden creciente o decreciente, si se trata de datos cuantitativos. En la segunda columna, se consigna la frecuencia con que aparece cada dato y en las siguientes columnas, la frecuencia absoluta acumulada, la frecuencia relativa y la frecuencia relativa acumulada, según lo requiera el estudio.

Así por ejemplo, la tabla de la figura 1, muestra la distribución de frecuencias del número de libros leídos(x) en un año por 40 alumnos de un curso.

x	f	fac	fr	fr ac
0	4	4	0,10	0,10
1	2	6	0,05	0,15
2	6	12	0,15	0,30
3	12	24	0,30	0,60
4	0	24	0,00	0,60
5	6	30	0,15	0,75
6	4	34	0,10	0,85
7	3	37	0,075	0,925
8	2	39	0,05	0,975
9	0	39	0,00	0,975
10	1	40	0,025	1,00
Total	40		1,00	

Fig. 1

Ahora bien, cuando la variable es continua, o siendo discreta, y el número de observaciones es grande, tabular todos los datos resulta largo y tedioso; para obviar esto, los datos se clasifican en intervalos, generalmente de la misma amplitud.

Los intervalos semi abiertos (intervalos de clase) se deben construir de tal manera que el extremo superior (límite superior) de uno de ellos coincida con el extremo inferior (límite inferior) del siguiente.

Amplitud del Intervalo : Es la diferencia entre los límites superior e inferior.

Marca de Clase (M.C.) : Es el valor central (promedio aritmético) entre los límites superior e inferior de cada intervalo.

Como ejemplo:

La tabla de la figura 2, muestra la distribución de frecuencias del número de libros (agrupados por intervalos) que tienen 200 familias, con sus respectivas marcas de clases.

Nº de libros	M.C.	Frecuencias (Nº de Familias)
[0 - 100[50	67
[100 - 200[150	66
[200 - 300[250	39
[300 - 400[350	28

Fig. 2

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

Las medidas de tendencia central son indicadores que representan valores numéricos en torno a los cuales tienden a agruparse los valores de una variable estadística. Los principales son la media aritmética, la mediana y la moda.

Media Aritmética (\bar{x})

Es el cociente entre la suma de todos los datos y el número de datos. Si se tienen n datos; $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, su media aritmética es

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

Media Aritmética para datos organizados en una tabla de frecuencias

Si los datos son; $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, y las frecuencias respectivas son $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$, entonces la media aritmética es

$$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + x_3 \cdot f_3 + \dots + x_n \cdot f_n}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n}$$

EJEMPLOS

1. De dos cursos en los que se aplicó la Evaluación Sumativa N° 5, uno de ellos, con 30 alumnos, tuvo un promedio de 600 puntos; en el otro, con 20 alumnos, el promedio fue de 500 puntos. Entonces, ¿cuánto es el promedio correspondiente a la totalidad de los alumnos de ambos cursos?.

- A) 550
- B) 560
- C) 570
- D) 580
- E) 590

2. La tabla de frecuencia de la figura 1, corresponde a los valores obtenidos en el lanzamiento de un dado, una cierta cantidad de veces. Si el promedio de todos los valores es 3, ¿cuánto es el valor de n ?

- A) 3
- B) 4
- C) 5
- D) 6
- E) 7

x	f
1	11
2	6
3	4
4	n
5	4
6	5

Fig. 1

MODA (Mo)

Es el dato que aparece con mayor frecuencia, es decir, el que más se repite.

Si no hay un dato que tenga mayor frecuencia que otro se dice que la distribución de frecuencias es AMODAL.

Si existe un solo dato que tenga mayor frecuencia la distribución de frecuencia es UNIMODAL. De existir dos (o más) datos que tienen la misma frecuencia, siendo esta la mayor, se dice que la muestra es BIMODAL (O POLIMODAL).

MEDIANA (Me)

Es el dato que ocupa la posición central de la muestra cuando estos se encuentran ordenados en forma creciente o decreciente. Si la muestra tiene un número par de datos, la mediana es la medida aritmética de los dos términos centrales.

EJEMPLOS

1. La moda del siguiente conjunto de datos: 3, 7, 6, 5, 5, 7, 6, 8, 7 es

- A) 3
- B) 5
- C) 6
- D) 7
- E) 8

2. La tabla de la figura 1 muestra los resultados de una encuesta realizada a 100 personas respecto al número de hermanos. ¿Cuál es la moda?

- A) 20
- B) 19
- C) 4
- D) 2
- E) 0

Número de Hermanos	f
0	19
1	18
2	19
3	14
4	20
5	10

Fig. 1

3. Se encuestaron 8 familias y el número de personas por familia dio los siguientes resultados: 7, 3, 6, 2, 4, 6, 4, 6. Entonces, la mediana es

- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 5
- E) 6

4. La tabla de la figura 2, representa las edades de un grupo de personas. Con respecto a estos datos es FALSO que

- A) 22 personas tienen 19 años o menos.
- B) La moda es 18 años.
- C) El $33,3\%$ tiene 18 años.
- D) La media aritmética es 18,6 años.
- E) La mediana es 18 años.

Edad	f
17	5
18	10
19	7
20	8
Total	30

Fig. 2

PRESENTACIÓN GRÁFICA DE DATOS

PICTOGRAMAS

Se aplican a las variables de tipo cualitativo y aquellas de tipo cuantitativo que plantean comparaciones. Utilizan para su grafismo representaciones de las variables, de tamaño proporcional a la frecuencia con que aparece cada uno.

Como ejemplo se tiene el pictograma de la figura 1, el cual ilustra el consumo de litros de leche por habitantes en un año, en cuatro comunas de Santiago: A, B, C y D.

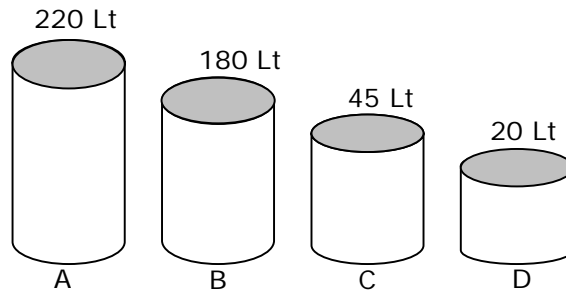


Fig. 1

GRÁFICO DE SECTORES

La representación gráfica se hace por medio de un círculo, dividido en sectores de áreas proporcionales a las frecuencias de la variable. Se acostumbra utilizar un gráfico de sectores cuando los resultados conviene expresarlos en tanto por ciento, o si representados en cifras absolutas, interesa relacionar unos con otros como parte de un todo.

Así por ejemplo el gráfico de la figura 2 corresponde a las distintas opiniones manifestadas en una encuesta, aplicada a una muestra de empresarios chilenos, sobre la baja que a experimentado el dólar.

- ◆ Le parece bien : 8%
- ◆ Le parece mal : 48%
- ◆ Le da igual : 34%
- ◆ No contesta : 10%

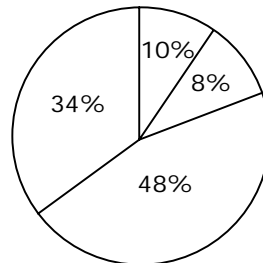


Fig. 2

EJEMPLO

1. Los 800 alumnos que se matricularon el año recién pasado, en una cierta universidad en las carreras de medicina (M), derecho (D), ingeniería (I) y otras (O), se distribuyeron según muestra el gráfico circular de la figura 3. ¿Cuál de las siguientes opciones corresponde a los alumnos matriculados, según los datos entregados en el gráfico?

- | | | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| A) M : 80 | B) M : 80 | C) M : 36 | D) M : 80 | E) M : 10 |
| D : 120 | D : 120 | D : 54 | D : 120 | D : 15 |
| I : 240 | I : 220 | I : 108 | I : 280 | I : 30 |
| O : 360 | O : 380 | O : 162 | O : 320 | O : 45 |

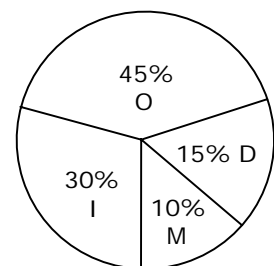


Fig. 3

DIAGRAMA DE BARRAS

Se utiliza para variables discretas. Los valores de la variable aparecen, junto con su frecuencia, representados en forma de barras o segmentos, de longitud proporcional a la dicha frecuencia.

Como ejemplo se tiene en la figura 1, el diagrama de barras sobre la Evolución de la población mundial.

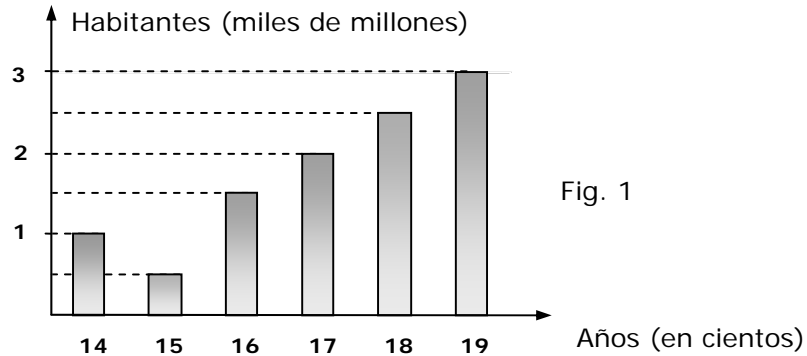


Fig. 1

HISTOGRAMA

Mediante un Histograma se representa gráficamente las distribuciones de frecuencias de variables estadísticas continuas. Se construyen rectángulos que tienen como bases cada intervalo de la variable y como alturas las respectivas frecuencias de dichos intervalos.

En la figura 2, se muestra como ejemplo, un histograma de distribución de frecuencias de los años de antigüedad (agrupados por intervalos) de 300 profesores del Preuniversitario Pedro de Valdivia.

Años de Antigüedad	Frecuencias
[0 - 5[40
[5 - 10[55
[10 - 15[120
[15 - 20[80
[20 - 25[5

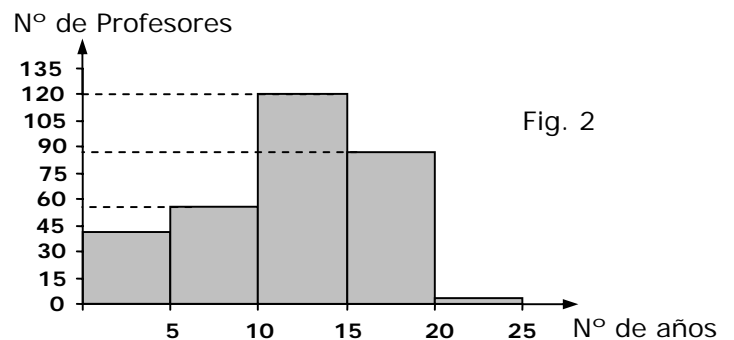


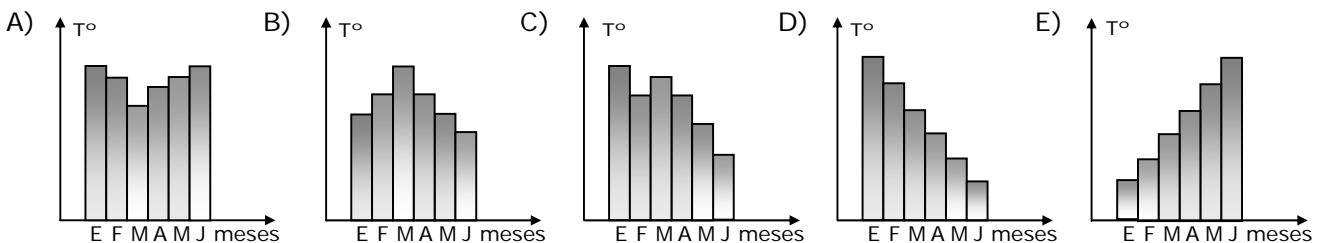
Fig. 2

EJEMPLO

1. Según los datos entregados en la tabla de la figura 3, el gráfico que mejor la representa es

Mes	enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio
Temp. Media °C	32	30	26	18	10	6

Fig. 3

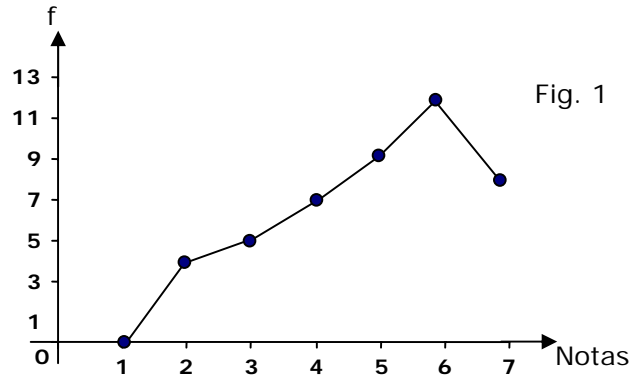


POLÍGONO DE FRECUENCIAS

- ◆ Cada par Variable – Frecuencia (x_i, f_i) da origen a un punto del diagrama cartesiano. Al unir dichos puntos por medio de una línea poligonal, se obtiene un polígono de frecuencias.

En el ejemplo de la figura 1, la tabla muestra las notas obtenidas, aproximadas al entero, en una prueba rendida por un curso.

x (notas)	1	2	3	4	5	6	7
f (N° de alumnos)	0	4	5	7	9	12	8

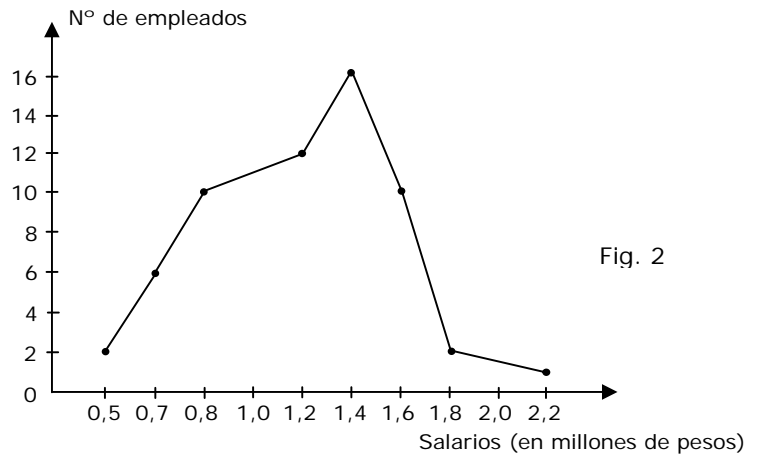


EJEMPLO

1. El gráfico de la figura 2, muestra el salario mensual de los empleados de una exitosa empresa. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s)?

- I) El mayor número de empleados tiene un salario de \$ 1.400.000.
- II) 2 empleados ganan \$ 1.800.000 ó más.
- III) El número de empleados que ganan \$800.000 es igual a los que ganan \$1.600.000.

- A) Sólo I
- B) Sólo III
- C) Sólo I y II
- D) Sólo I y III
- E) I, II y III



EJERCICIOS

1. La media aritmética del siguiente conjunto de datos: 10; 8; 6; 0; 8; 3; 2; 2; 8; 0, es

- A) 8
- B) 6
- C) 5,9
- D) 4,5
- E) 4,7

2. En una encuesta realizada a 100 niños sobre cantidad de días a la semana que almorzaban en el colegio, se obtuvo la tabla de la figura 1. ¿Cuáles son los valores de **x**, de **y** y de **z**?

- | | | | |
|----|----------|----------|----------|
| | x | y | z |
| A) | 45 | 5 | 0,45 |
| B) | 35 | 5 | 0,35 |
| C) | 25 | 15 | 0,25 |
| D) | 35 | 5 | 0,05 |
| E) | 25 | 10 | 0,10 |

Nº de días	F. absoluta	F. relativa
1	25	0,25
2	20	0,20
3	x	z
4	15	0,15
5	y	0,05

3. Con respecto al histograma de la figura 2, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) **siempre** verdadera(s)?

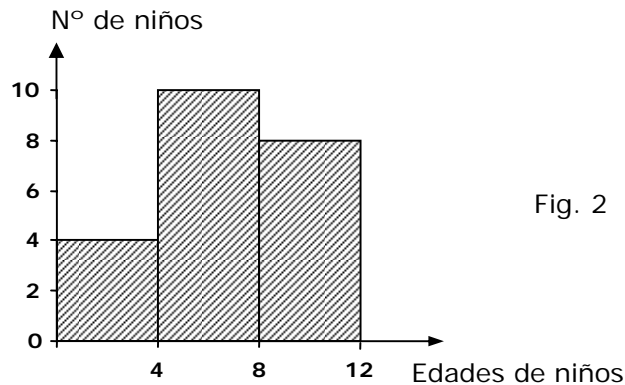


Fig. 2

- I) Hay 10 niños que tienen entre 4 y 8 años.
- II) Hay 14 niños que tienen menos de 8 años.
- III) A mayor edad, mayor es la cantidad de niños.

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo III
- D) Sólo I y III
- E) I, II y III

4. El gráfico de la figura 3, representa las notas finales obtenidas por un alumno en diferentes asignaturas. Entonces, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es FALSA?

- A) El promedio aritmético más bajo es en Inglés.
- B) La asignatura de mayor promedio aritmético es Ciencias Naturales.
- C) La media aritmética es 5,4 aproximadamente.
- D) La moda es 5.
- E) La mediana es 5,5.

L : Lenguaje
M : Matemática
CS : Ciencias Sociales
CN : Ciencias Naturales
I : Inglés
F : Francés

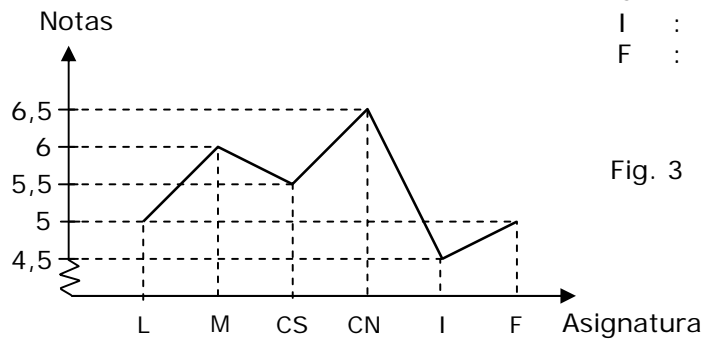


Fig. 3

5. Si la tabla de la figura 4, corresponde a las frecuencias de las notas de matemáticas de un curso de 26 alumnos, entonces ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s)?

- I) La moda es 6.
- II) La media aritmética es menor que 4.
- III) La mediana es 4.

x	f
1	5
2	2
3	4
4	6
5	2
6	4
7	3

Fig. 4

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo I y III
- D) Sólo II y III
- E) I, II y III

6. Camila ha obtenido las siguientes notas en matemática 5,6; 7,0; 6,1 y 6,3. Si debe rendir su última prueba la cual es coeficiente dos, ¿cuánto debe ser la nota, para que Camila obtenga un promedio final de 6,2 en matemática?

- A) 6,0
- B) 6,1
- C) 6,2
- D) 6,3
- E) 6,4

7. El sueldo promedio de 10 empleados es de \$m. Si se aumenta \$x a cada empleado, ¿cuál es el nuevo sueldo promedio en pesos?

- A) $m + x$
- B) $m + 2x$
- C) $m + 5x$
- D) $5m + x$
- E) $\frac{m + x}{2}$

8. Las edades (en meses) de 100 niños de un jardín infantil se muestran en la figura 5.

x_1	f_1	f_{ac}
2	8	8
6	16	24
10	25	49
14	23	72
18	18	90
22	10	100

Fig. 5

Según la tabla, la moda que corresponde a la edad de los niños es

- A) 22 meses
- B) 14 meses
- C) 12 meses
- D) 10 meses
- E) 2 meses

9. Con respecto a la tabla de la figura 5 (ejercicio 8), la media (promedio aritmético) de las edades es

- A) 10 meses
- B) 12,2 meses
- C) 12,17 meses
- D) 12,28 meses
- E) 13,2 meses

10. Con respecto a la tabla de la figura 5 (ejercicios 8), la mediana correspondiente es
- A) 10 meses
 - B) 12 meses
 - C) 14 meses
 - D) 16 meses
 - E) 18 meses
11. Un alumno obtuvo las siguientes notas: 4,8; 5,8; y 4,2. Si las ponderaciones asignadas a ellas son respectivamente 20%, 30% y 50%, entonces su nota final es
- A) 4,6
 - B) 4,7
 - C) 4,8
 - D) 4,9
 - E) 5,0
12. Mario contesta todas las preguntas de un examen de tipo verdadero o falso, obteniendo un promedio de 6 puntos. Cada respuesta correcta tiene 7 puntos y cada respuesta incorrecta 0 punto. Si Mario contestó bien las 20 primeras y de las restantes, contestó en forma incorrecta un tercio, ¿cuántas respuestas correctas tuvo en total?
- A) 35
 - B) 30
 - C) 25
 - D) 15
 - E) 5
13. Respecto al gráfico poligonal dado en la figura 6, se puede afirmar que
- A) La media y la moda son iguales
 - B) La media es mayor que la moda
 - C) La moda es mayor que la media
 - D) La moda y la mediana son iguales
 - E) La moda, la mediana y la media son iguales

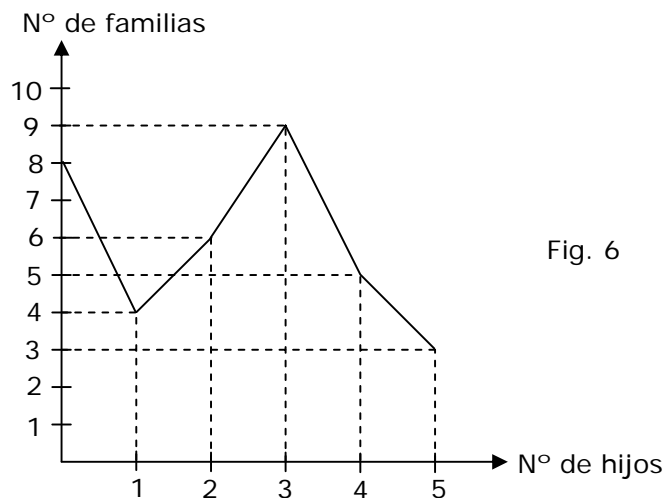


Fig. 6

14. Se puede determinar el promedio de notas de todos los alumnos de dos cursos A y B si:
- (1) El promedio aritmético del curso A es 5,8 y el del curso B es 6,3.
 - (2) Se conocen todas las notas de ambos cursos.
- A) (1) por sí sola
 - B) (2) por sí sola
 - C) Ambas juntas, (1) y (2)
 - D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
 - E) Se requiere información adicional
15. Se puede determinar la suma de 5 números si:
- (1) La media aritmética de ellos es 13.
 - (2) Los números son consecutivos y el término central es 13.
- A) (1) por sí sola
 - B) (2) por sí sola
 - C) Ambas juntas, (1) y (2)
 - D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
 - E) Se requiere información adicional

RESPUESTAS

Ejemplo Página	1	2	3	4
1	E			
3	B	C		
4	D	C	D	E
5	A			
6	D			
7	B			

CLAVES PÁG. 8

- | | | |
|------|-------|-------|
| 1. E | 6. B | 11. C |
| 2. B | 7. A | 12. B |
| 3. D | 8. D | 13. C |
| 4. E | 9. D | 14. B |
| 5. D | 10. C | 15. D |