

UNIDAD: ÁLGEBRA Y FUNCIONES

POTENCIAS

1. PROPIEDADES DE POTENCIAS

Pr. 1) PRODUCTO DE POTENCIAS DE IGUAL BASE

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad a \in \mathbb{R} - \{0\}, m, n \in \mathbb{Z}$$

Pr. 2) CUOCIENTE DE POTENCIAS DE IGUAL BASE

$$a^m : a^n = a^{m-n} \quad a \in \mathbb{R} - \{0\}, m, n \in \mathbb{Z}$$

EJEMPLOS

1. $-4^a \cdot 4^2 =$

- A) -4^{a-2}
- B) -4^{a+2}
- C) -4^{2a}
- D) 16^{2a}
- E) $(-16)^{a+2}$

2. $5^b : -5^{b-4} =$

- A) -5^4
- B) -5^{-4}
- C) 5^{-4}
- D) 5^4
- E) -5^{2b-4}

3. $\frac{3^{x+1} - 3^x}{3^x} =$

- A) $\frac{3}{3^x}$
- B) 3^{x+1}
- C) $3^{x+1} - 1$
- D) 3
- E) 2

Pr. 3) PRODUCTO DE POTENCIAS DE IGUAL EXPONENTE

$$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m \quad a, b \in \mathbb{R} - \{0\}, m \in \mathbb{Z}$$

Pr. 4) CUOCIENTE DE POTENCIAS DE IGUAL EXPONENTE

$$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m \quad a, b \in \mathbb{R} - \{0\}, m \in \mathbb{Z}$$

Pr. 5) POTENCIA DE UNA POTENCIA

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n} \quad a \in \mathbb{R} - \{0\}, m, n \in \mathbb{Z}$$

EJEMPLOS

1. $5^{x-2} \cdot (20)^{x-2} =$

- A) $100^{(x-2)^2}$
- B) 10^{4x-8}
- C) 10^{2x-4}
- D) 10^{2x-2}
- E) 2^{-2x+4}

2. $\frac{9^{x-1}}{3^{x-1}} =$

- A) 3^{x-4}
- B) 3^{x-3}
- C) 3^{x-2}
- D) 3^x
- E) 3^{x-1}

3. Al simplificar la expresión $\frac{27^{3a-2} \cdot 9^{-a}}{3^{3+a}}$ se obtiene

- A) 3^6
- B) 9^{-a}
- C) 3^{5a+9}
- D) 3^{6a-9}
- E) 9^{-a+2}

Pr. 6) POTENCIAS DE IGUAL BASE

$$a^m = a^n \Leftrightarrow m = n, \quad a \in \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\} \text{ y } m, n \in \mathbb{Z}$$

Pr. 7) POTENCIAS DE IGUAL EXPONENTE

$$a = b \Rightarrow a^n = b^n, \quad a, b \in \mathbb{R} - \{0\} \quad n \in \mathbb{Z}$$

EJEMPLOS

1. Si $3^{2x} = 3^3$, entonces $2x - 3 =$

- A) 0
- B) 1
- C) $\frac{3}{2}$
- D) 2
- E) 3

2. Si $a^{4x} = a^{x-2}$, entonces el valor de x es

- A) $-\frac{3}{2}$
- B) $-\frac{2}{3}$
- C) $-\frac{2}{5}$
- D) $\frac{2}{5}$
- E) $\frac{2}{3}$

3. Si $5^{\frac{x}{2}} = 5^{\frac{3}{2}}$, entonces $5^x =$

- A) 3
- B) 5
- C) 15
- D) 25
- E) 125

2. ECUACIÓN EXPONENCIAL

Ecuación exponencial es aquella que tiene la(s) incógnita(s) en el exponente de una o más potencias.

Ejemplos: 1) $3^{x+1} = 27$ 2) $b^x = b^{2x+1}$ 3) $\left(\frac{1}{5}\right)^{3x+1} = 25$

Para resolver una ecuación exponencial se debe reducir cada miembro de la igualdad a una potencia y luego igualar las bases, aplicando las propiedades correspondientes. Las bases deben ser distintas de **cero**, **uno** e **infinito**.

EJEMPLOS

1. Si $3^{x+2} = 9^{x-1}$, entonces x es igual a

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) -4

2. Si $4^{x+1} \cdot 2^{2x-6} = (0,5)^x$, entonces x es

- A) $\frac{4}{3}$
- B) $\frac{4}{5}$
- C) $\frac{5}{2}$
- D) $-\frac{4}{3}$
- E) $-\frac{4}{5}$

3. El valor de x en la ecuación $2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} = 56$ es

- A) 2
- B) 3
- C) $\frac{2}{3}$
- D) -3
- E) -4

SISTEMAS DE ECUACIONES EXPONENCIALES

Un sistema de ecuaciones exponenciales es aquel formado por dos o más ecuaciones exponenciales.

EJEMPLOS

1. Si $3^{x+y} = 81$ y $25^{\frac{x}{2}} = 5$, entonces $y =$

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 3
- E) 4

2. En el sistema
$$\begin{cases} a^x + a^y = 60 \\ a^x - a^y = 10 \end{cases}$$
 cuando $a = 5$, el valor de y es

- A) 7
- B) 5
- C) 2
- D) 1
- E) 0

3. En el sistema
$$\begin{cases} 3 \cdot 10^x + 2 \cdot 10^y = 320 \\ 2 \cdot 10^x + 3 \cdot 10^y = 230 \end{cases}$$
, $10^{2x} - 10^{2y}$ es igual a

- A) $99 \cdot 10^3$
- B) $99 \cdot 10^2$
- C) $99 \cdot 10^1$
- D) $99 \cdot 10^0$
- E) $99 \cdot 10^{-1}$

EJERCICIOS

1. Si n es un número entero, ¿cuál(es) de las siguientes igualdades es(son) **siempre** verdadera(s)?

I) $n^2 \cdot n^3 = n^5$

II) $2^n + 3^n = 5^n$

III) $2^n \cdot 3^n = 6^n$

- A) Sólo I
- B) Sólo I y II
- C) Sólo I y III
- D) Sólo II y III
- E) I, II y III

2. $\frac{a^{3-x}}{a^{5x}} =$

- A) a^{3-6x}
- B) a^{3+4x}
- C) a^{-2}
- D) a^{3-4x}
- E) a^{6x-3}

3. $\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{-a} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^a}{\left(\frac{9}{4}\right)^a} =$

- A) 1
- B) $\frac{3}{2}$
- C) $\left(\frac{3}{2}\right)^2$
- D) $\left(\frac{3}{2}\right)^a$
- E) $\left(\frac{3}{2}\right)^{a^2}$

4. Sea $M = \frac{(t^2)^{-2} \cdot (-t)^2}{t^4}$. Cuando $t = 0,1$, el valor de M es

- A) 0,001
- B) 0,01
- C) 10.000
- D) 100.000
- E) 1.000.000

5. $(a^{2+x})^{2-x} (a^{x+1})^{x-4} =$

- A) a^{3x}
- B) a^{2x+1}
- C) a^0
- D) $\frac{1}{a-3x}$
- E) $\frac{1}{a^{3x}}$

6. $\frac{4^{2a} \cdot 8^a}{2^{7a}} =$

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 2^a
- E) 2^{7a}

7. $\frac{2^{n+1} \cdot 3}{3^{-n}} =$

- A) $(2 + 3)^n$
- B) 6^{n+1}
- C) $2^{n+1} \cdot 3^n$
- D) $\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}$
- E) $\left(\frac{2}{3}\right)^n$

8. Si $2^{k+2} = a$ y $3^{k-1} = b$, entonces $6^k =$
- A) $\frac{2}{3}ab$
 B) $\frac{3}{4}ab$
 C) $\frac{1}{2}ab$
 D) $6ab$
 E) $12ab$
9. Al simplificar la expresión $\frac{3^{3n+1} - 3^{3n-2}}{27^{n-1} - 27^n}$ se obtiene
- A) 3
 B) -3
 C) -1
 D) $-\frac{1}{3}$
 E) $-\frac{1}{27}$
10. Si el volumen de un cubo de arista a es a^3 , entonces el volumen de un cubo de lado 0,02 es
- A) $8 \cdot 10^{-6}$
 B) $6 \cdot 10^{-6}$
 C) $8 \cdot 10^{-2}$
 D) $8 \cdot 10^{-3}$
 E) $2 \cdot 10^{-6}$
11. Si tomáramos una hoja de papel de 0,1 mm de grosor y la dobláramos sucesivamente por la mitad, cual sería el grosor del cuerpo resultante luego del n-ésimo doblez?
- A) $0,1 \cdot 2^{n+1}$ mm
 B) $0,1 \cdot 2^{n-1}$ mm
 C) $0,1 \cdot 2^n$ mm
 D) $(0,1 + 2^{n+1})$ mm
 E) $(0,1 + 2^n)$ mm
12. Si $3^{x+2} = 243$, entonces 2^x es igual a
- A) 3
 B) 5
 C) 6
 D) 8
 E) 27

13. Si $3^{2x} \cdot 9^x \cdot 27^{2x} = \frac{1}{81^5}$, entonces $\frac{x}{2}$ es igual a
- A) -4
 - B) -2
 - C) -1
 - D) 1
 - E) 2
14. En la ecuación $27^{1-2x} = (0,111\dots)^{x-1}$, $x =$
- A) $-\frac{5}{8}$
 - B) $\frac{5}{4}$
 - C) 1
 - D) $\frac{1}{4}$
 - E) $\frac{1}{8}$
15. El valor de x para el cual se verifica la igualdad $3^{x+2} - 3^{x+1} + 3^{x-1} - 3^{x-3} = 170$ es
- A) -1
 - B) 0
 - C) 1
 - D) 2
 - E) 3
16. Si $3^{a+b} = 9$ y $3^{a-b} = 27$, entonces $2a$ es un número
- A) Entero par
 - B) Entero impar
 - C) Racional negativo
 - D) Irracional positivo
 - E) Irracional negativo
17. Sea $4^{x+y} = 64$ y $(81)^{\frac{x}{5}} = 3$. Entonces, el valor de $x - y$ es
- A) $\frac{3}{4}$
 - B) $\frac{1}{2}$
 - C) $-\frac{1}{2}$
 - D) $-\frac{3}{4}$
 - E) -3

18. En el sistema
$$\begin{cases} a^x + a^y = 4 \\ a^x - a^y = 2 \end{cases}$$
, si $a = 3$, entonces $x + y =$

- A) 0
- B) 1
- C) 3
- D) 4
- E) Ninguna de las anteriores

19. Una bacteria se reproduce de acuerdo a la expresión 2^t , siendo t el tiempo en horas. ¿En cuántas horas se tendrá 1.024 bacterias?

- A) 8
- B) 9
- C) 10
- D) 11
- E) 12

20. $\frac{1}{9} \cdot 3^{11} - 9 \cdot 3^9 =$

- A) $-3^3 \cdot 2^9$
- B) $3^9 \cdot 2^3$
- C) $-2^3 \cdot 3^9$
- D) 3^{-3}
- E) -3^3

21. Si $(0,01)^{x-5} = 100$, entonces el valor de x es

- A) -6
- B) -4
- C) $\frac{3}{2}$
- D) 3
- E) 4

22. Si $4^a = m$ y $5^b = n$, entonces $4^{a+1} \cdot 5^{b+1}$ es

- A) $(m + 1)(n + 1)$
- B) $20mn$
- C) $9mn$
- D) mn
- E) $\frac{mn}{20}$

23. Si $5 \cdot 2^{x-2} - 3 \cdot 2^{x-3} = 14$, entonces $x =$

- A) 4
- B) 3
- C) 1
- D) -2
- E) -2^2

24. El valor de x^2 en la ecuación $\left(\frac{2}{3}\right)^{x-3} = \left(\frac{9}{4}\right)^{x+3}$ es

- A) -1
- B) 1
- C) -3
- D) 3
- E) 9

25. El número de bacterias B en un cierto cultivo está dado por $B = 100^t \cdot 100^{100}$, siendo t el tiempo en horas. ¿Cuál será el número de bacterias al cabo de 4 horas?

- A) 100^{400}
- B) $4 \cdot 100^{100}$
- C) 400^{100}
- D) 100^{104}
- E) 104^{100}

26. Un heladero proyecta vender cada día el doble de helados que vendió el día anterior. Si comienza vendiendo 4 helados, ¿en qué día venderá 4096 helados?

- A) En el noveno día
- B) En el décimo día
- C) En el undécimo día
- D) En el duodécimo día
- E) En el décimo tercer día

27. Si $\begin{cases} a^{x+y} = a^8 \\ b^{x-y} = b^{16} \end{cases}$, entonces $\frac{-y}{4}$ es igual a

- A) 1
- B) 12
- C) -4
- D) -3
- E) -1

28. Sea $A = x - y$, donde x e y son respectivamente las soluciones de las ecuaciones exponenciales $3^{\frac{1}{(x)^2}} = 243$; $9^{y+1} = 81$. Entonces, el valor de A es

- A) 25
- B) 24
- C) 9
- D) 6
- E) 1

29. La solución de la ecuación $5^{4x} - 10 \cdot 5^{2x} + 25 = 0$ es

- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) $\frac{1}{2}$
- E) $\frac{1}{4}$

30. $\frac{15^x + 6^x + 5^x + 2^x}{3^x + 1} =$

- A) $\frac{28^x}{3^x + 1}$
- B) $2 \cdot 5^x + 2^{x+1}$
- C) $2 \cdot 5^x + 6^x + 2^x$
- D) $15^x + 2 \cdot 2^x + 5^x$
- E) $2^x + 5^x$

RESPUESTAS

CLAVES PÁG. 6

Ejemplos Página	1	2	3
1	B	A	E
2	C	E	D
3	A	B	E
4	D	B	A
5	D	C	B

- | | | | | | |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. C | 6. B | 11. C | 16. B | 21. E | 26. C |
| 2. A | 7. B | 12. D | 17. C | 22. B | 27. A |
| 3. A | 8. B | 13. C | 18. B | 23. A | 28. B |
| 4. E | 9. B | 14. D | 19. C | 24. B | 29. D |
| 5. E | 10. A | 15. E | 20. C | 25. D | 30. E |