

UNIDAD: ÁLGEBRA Y FUNCIONES

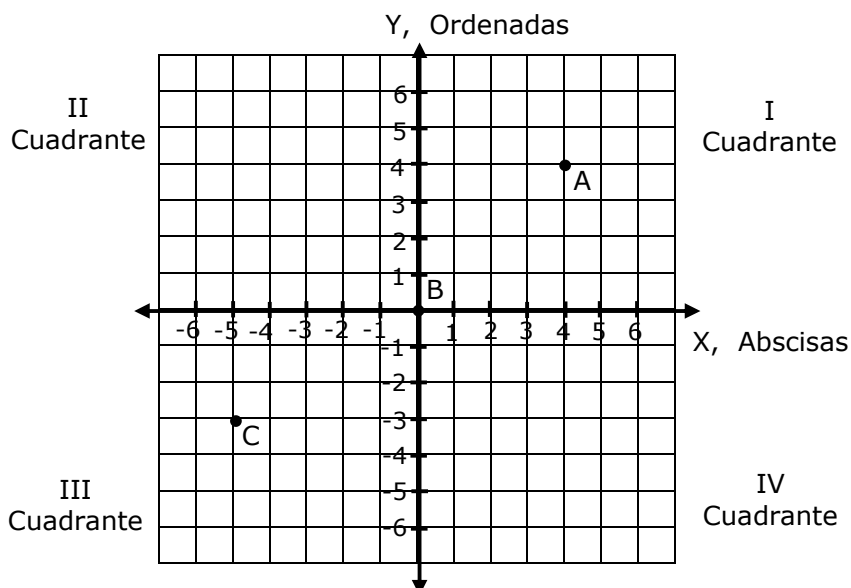
ECUACIÓN DE LA RECTA

PRODUCTO CARTESIANO

Sean A y B dos conjuntos no vacíos. Se define el producto cartesiano A x B por:

$$A \times B = \{(x, y) / x \in A \text{ e } y \in B\}$$

La gráfica del producto cartesiano es un sistema de ejes ortogonales (perpendiculares), donde el eje horizontal representa los elementos del primer conjunto (eje de las abscisas) y el eje vertical representa los elementos del segundo conjunto (eje de las ordenadas).



Los puntos destacados en la figura son; $A = (4, 4)$, $B = (0, 0)$ y $C = (-5, -3)$

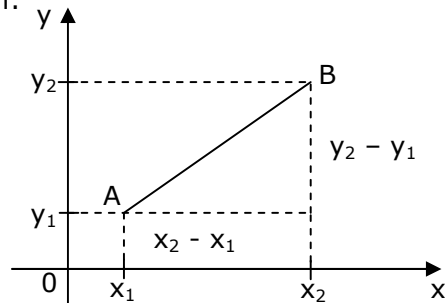
EJEMPLO

- Sean **a** y **b** números enteros, de modo que $a > b$. Entonces, el punto **d** cuyas coordenadas son $(a - b, b - a)$ se ubica en
 - El primer cuadrante
 - El segundo cuadrante
 - El origen del sistema
 - El tercer cuadrante
 - El cuarto cuadrante

DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS

La distancia entre dos puntos (medida del segmento generado por dichos puntos), $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$, se determina mediante la expresión:

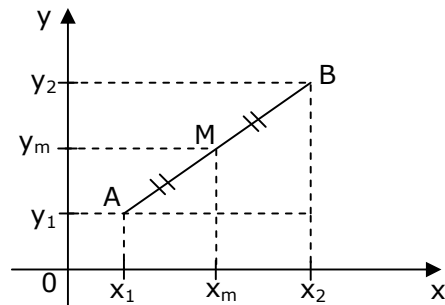
$$d_{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



COORDENADAS DEL PUNTO MEDIO DE UN SEGMENTO

Dados los puntos $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$, las coordenadas del punto medio del segmento AB son

$$x_m = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y_m = \frac{y_1 + y_2}{2}$$



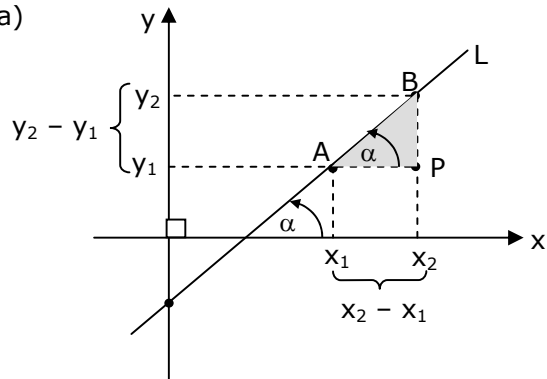
EJEMPLOS

- Si los vértices de un triángulo son los puntos $(1, 2)$, $(1, 10)$ y $(4, 6)$, su perímetro es
 - 24
 - 18
 - 12
 - $10 + 2\sqrt{34}$
 - $12 + 2\sqrt{34}$
- Si los vértices de un rombo son los puntos $(-1, 2)$, $(4, 4)$, $(-1, 6)$ y $(-6, 4)$, entonces el punto de intersección de sus diagonales tiene por coordenadas
 - $(0, 4)$
 - $(4, -1)$
 - $(-2, 8)$
 - $(-1, 4)$
 - $(-1, 3)$

PENDIENTE DE UNA RECTA

Es la tangente trigonométrica del ángulo de inclinación (ángulo que forma la recta con el eje x, en sentido antihorario, desde el eje x hacia la recta)

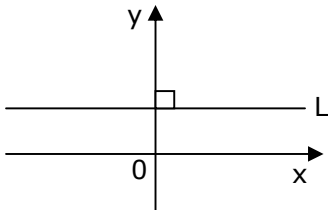
$$m = \operatorname{tg} \alpha = \frac{\overline{BP}}{\overline{AP}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



RELACIÓN ENTRE EL ÁNGULO DE INCLINACIÓN Y LA PENDIENTE DE LA RECTA

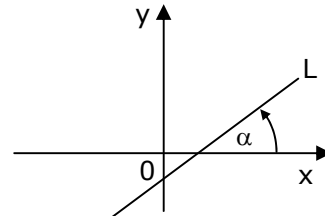
Sea α el ángulo de inclinación y sea m la pendiente de la recta L (fig. 1). Entonces:

1. ($\alpha = 0^\circ$) sí y sólo sí ($m = 0$)



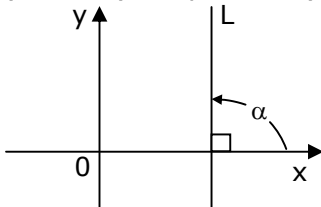
L es paralela al eje x.

2. ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$) sí y sólo sí ($m > 0$)



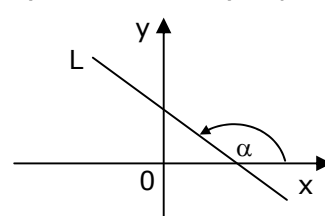
L tiene pendiente positiva

3. ($\alpha = 90^\circ$), sí y sólo sí (m no está definida)



L es paralela al eje y.

4. ($90^\circ < \alpha < 180^\circ$) sí y sólo sí ($m < 0$)



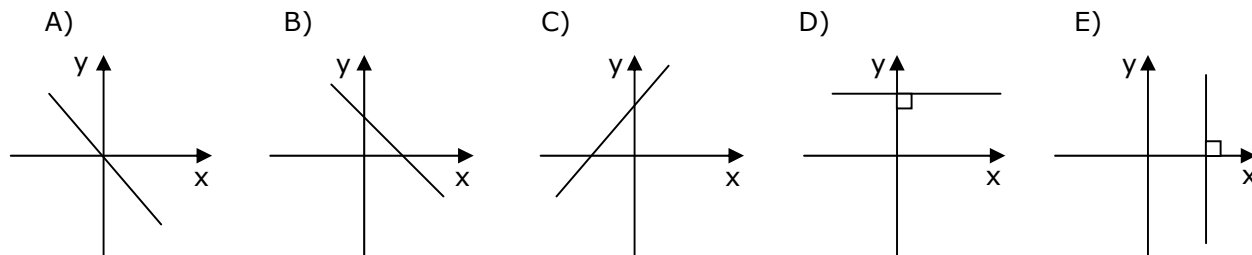
L tiene pendiente negativa

EJEMPLOS

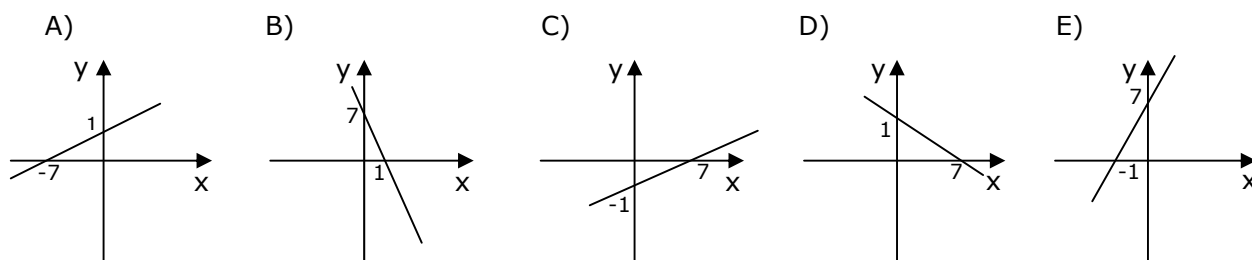
1. La pendiente de la recta pasa por los puntos $A(1, -1)$ y $B(-6, 7)$ es

- A) $-\frac{6}{5}$
- B) $-\frac{6}{7}$
- C) $-\frac{7}{8}$
- D) $-\frac{8}{5}$
- E) $-\frac{8}{7}$

2. ¿Cuál de los siguientes gráficos muestra una recta de pendiente positiva?



3. ¿Cuál de las siguientes rectas tiene pendiente 7?



4. Si los puntos $A(2, 3)$, $B(3, -2)$ y $C(a, 8)$ son colineales, entonces $a =$

- A) 5
- B) 3
- C) 1
- D) -3
- E) -7

5. Dados los puntos $A(2, 5)$, $B(-1, -4)$, $C(3, -1)$ y $D(k, -3)$, ¿cuánto debe ser el valor de k para que el producto de las pendientes de \overline{AB} y \overline{CD} sea -1 ?

- A) -9
- B) -3
- C) 3
- D) 9
- E) 15

ECUACIÓN PUNTO Y PENDIENTE

La ecuación de la recta que pasa por un punto (x_1, y_1) y cuya pendiente es m es

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

CASO PARTICULAR: Si el punto dado está sobre el eje y , llamando n a su ordenada, la ecuación anterior se escribe:

$$y = mx + n$$

Ecuación principal de la recta
 n : coeficiente de posición

ECUACIÓN DE LA RECTA QUE PASA POR DOS PUNTOS

La ecuación de la recta que pasa por dos puntos $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$ es

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

EJEMPLOS

1. La ecuación de la recta que pasa por el punto $(4, -3)$ y tiene pendiente $-\frac{2}{3}$ es

- A) $2x + 3y + 17 = 0$
- B) $2x + 3y - 17 = 0$
- C) $2x + 3y - 6 = 0$
- D) $2x - 3y - 1 = 0$
- E) $2x + 3y + 1 = 0$

2. La ecuación de la recta que pasa por los puntos $\left(1, \frac{1}{2}\right)$ y $\left(2, \frac{-3}{2}\right)$ es

- A) $y = \frac{3}{2}x - 1$
- B) $y = -\frac{3}{2}x + 2$
- C) $y = -\frac{2}{3}x + \frac{7}{6}$
- D) $y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{6}$
- E) $y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$

ECUACIÓN GENERAL DE LA RECTA

Toda ecuación lineal de la forma $Ax + By + C = 0$ donde A, B y C son constantes reales y

los números A y B no son ambos nulos, representa la ecuación general de la recta. Si se despeja **y** en función de **x** se obtiene la ecuación principal:

$$y = \frac{-A}{B}x + \frac{-C}{B} \quad \text{donde} \quad m = \frac{-A}{B} \quad \text{y} \quad n = \frac{-C}{B}$$

EJEMPLOS

- ¿Por cuál de los siguientes puntos pasa la recta de ecuación $5x - 3y + 1 = 0$?
 - (1, -2)
 - (3, 5)
 - (4, -7)
 - (-3, -5)
 - (-2, -3)

- Si la pendiente de una recta es -3 y su coeficiente de posición es 2, su ecuación general es
 - $3x + y + 2 = 0$
 - $3x - y - 2 = 0$
 - $3x + y - 2 = 0$
 - $3x - y + 2 = 0$
 - $2x - y - 3 = 0$

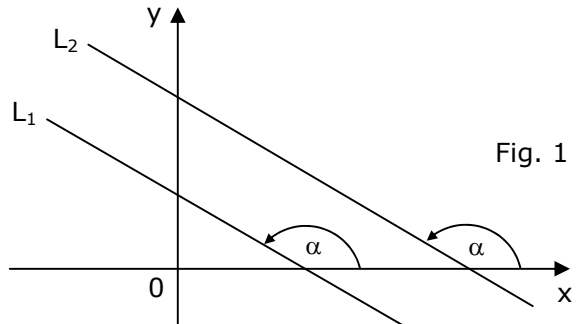
- ¿Cuáles son, respectivamente, los valores de la pendiente y el coeficiente de posición de la recta $3x + 2y + 6 = 0$?
 - 3 y -6
 - $-\frac{3}{2}$ y 3
 - $\frac{3}{2}$ y -3
 - $-\frac{3}{2}$ y -3
 - $\frac{3}{2}$ y 3

RECTAS PARALELAS

Dos rectas son paralelas si y sólo si sus pendientes son iguales.

Sean L_1 y L_2 rectas de pendientes m_1 y m_2 respectivamente (fig. 1). Entonces:

$$L_1 \parallel L_2 \text{ si y sólo si } m_1 = m_2$$

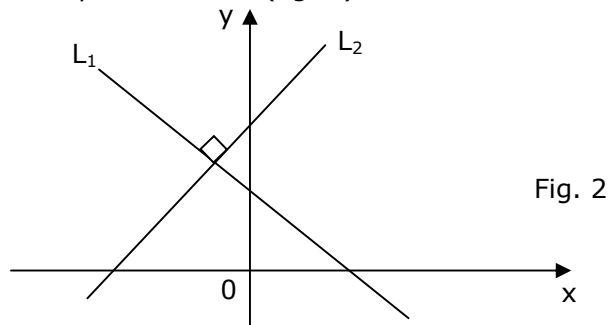


RECTAS PERPENDICULARES

Dos rectas son perpendiculares si y sólo si el producto de sus pendientes es -1.

Sean L_1 y L_2 rectas de pendientes m_1 y m_2 respectivamente (fig. 2). Entonces:

$$L_1 \perp L_2 \text{ si y sólo si } m_1 \cdot m_2 = -1$$



EJEMPLOS

- ¿Qué valor debe tener k para que las rectas $2x + ky = 0$ y $3x - 5y = 6$ sean perpendiculares?
 - $-\frac{10}{3}$
 - $-\frac{6}{5}$
 - $\frac{6}{5}$
 - $\frac{5}{4}$
 - $\frac{10}{3}$
- ¿Cuál es la ecuación de la recta que pasa por el punto $(4, -1)$ y es paralela a la recta $2y - x + 8 = 0$?
 - $x - 2y - 2 = 0$
 - $2x + y - 7 = 0$
 - $x - 2y + 6 = 0$
 - $x - 2y - 6 = 0$
 - $x - 2y + 9 = 0$

EJERCICIOS

1. ¿Cuál de los siguientes puntos pertenece a la recta de ecuación $4x - 3y + 2 = 0$?

- A) (5, 6)
- B) (4, -6)
- C) (1, -2)
- D) (-2, -2)
- E) (3, 4)

2. En el gráfico (fig. 1), ABCD es un rectángulo en que sus vértices A, B, C y D tienen por coordenadas (-2, 0), (6, 0), (6, 4) y (-2, 4) respectivamente. ¿Cuál es el valor de la pendiente de la diagonal \overline{AC} ?

- A) $\frac{1}{2}$
- B) 1
- C) 2
- D) -2
- E) $-\frac{1}{2}$

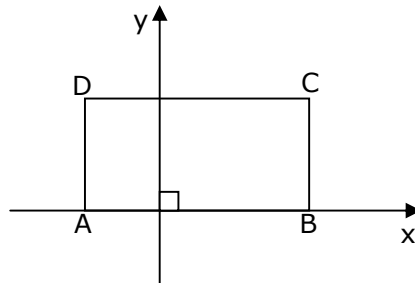


Fig. 1

3. Con respecto a las rectas L_1 , L_2 y L_3 de la figura 2, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s)?

- I) La pendiente de L_1 es cero.
- II) La pendiente de L_2 es positiva.
- III) La pendiente de L_3 es negativa.

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo I y III
- D) Sólo II y III
- E) I, II y III

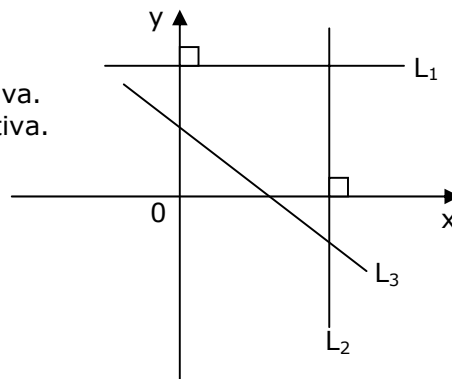
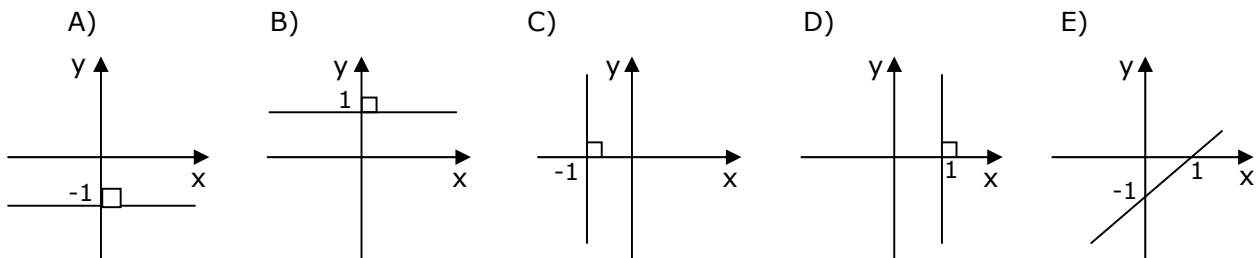


Fig. 2

4. ¿Cuál de las siguientes rectas del plano cartesiano es representada por la ecuación $y - b = 0$?

- A) La recta paralela al eje y que pasa por el punto $(b, 0)$
- B) La recta paralela al eje y que pasa por el punto $(0, b)$
- C) La recta paralela al eje x que pasa por el punto $(b, 0)$
- D) La recta paralela al eje x que pasa por el punto $(0, b)$
- E) La recta que pasa por los puntos $(0, 0)$ y (b, b)

5. ¿Cuál de los siguientes gráficos corresponde a la recta de ecuación $x - 1 = 0$?



6. La ecuación de la recta que pasa por el punto $(5, 1)$ y de pendiente $-\frac{1}{3}$ es

- A) $x + 3y - 16 = 0$
- B) $x + 3y - 8 = 0$
- C) $x + 3y + 2 = 0$
- D) $x - 3y + 8 = 0$
- E) $x + 3y - 2 = 0$

7. La ecuación de la recta que pasa por los puntos $A(-2, 4)$ y $B(-7, -12)$ es

- A) $16x - 9y + 4 = 0$
- B) $16x + 5y + 12 = 0$
- C) $5x - 16y + 74 = 0$
- D) $16x - 5y - 74 = 0$
- E) $16x - 5y + 52 = 0$

8. Según el gráfico de la figura 3, la ecuación de la recta L es

- A) $2x + 3y = 0$
- B) $3x + 2y - 6 = 0$
- C) $3x + 2y - 4 = 0$
- D) $2x - 3y + 6 = 0$
- E) $2x + 3y - 6 = 0$

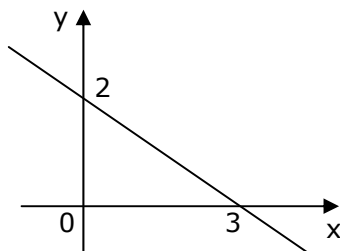
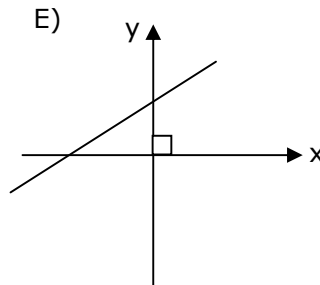
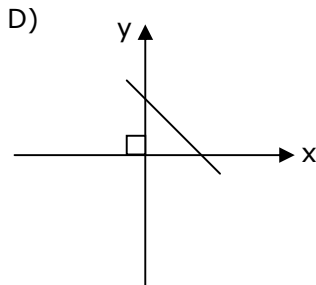
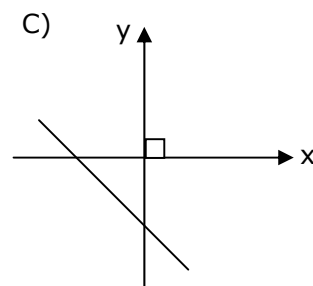
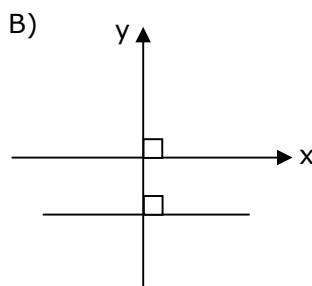
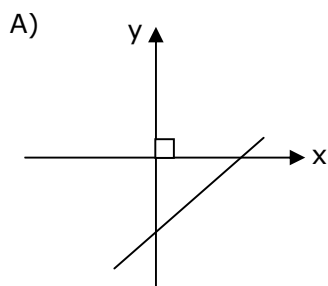


Fig. 3

9. ¿Cuál de los siguientes gráficos podría representar a la recta $y = 5x - 2$?



10. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s) con respecto a la recta $2y + 3x - 12 = 0$?

- I) La recta intersecta al eje x en el punto $(4, 0)$.
- II) La recta intersecta al eje y en el punto $(0, 6)$.
- III) La pendiente de la recta es negativa.

- A) Sólo III
- B) Sólo I y II
- C) Sólo I y III
- D) Sólo II y III
- E) I, II y III

11. El área del triángulo formado por los ejes coordenados y la recta de ecuación $4x + 3y = 12$ es

- A) 5
- B) 6
- C) 7,5
- D) 10
- E) 12

12. ¿Qué valor debe tener k para que la recta $(k - 1)x + (2k + 1)y - 1 = 0$ pase por el punto $(2, 1)$?

- A) 2
- B) $\frac{1}{2}$
- C) 0
- D) $-\frac{1}{2}$
- E) -2

13. En el triángulo ABC (fig. 4), $\overline{AB} \parallel \overrightarrow{OX}$. Si m_1 , m_2 y m_3 son las pendientes de \overline{AB} , \overline{BC} y \overline{CA} respectivamente, entonces un orden creciente está representado por

- A) $m_1 < m_2 < m_3$
- B) $m_3 < m_1 < m_2$
- C) $m_2 < m_1 < m_3$
- D) $m_2 < m_3 < m_1$
- E) $m_3 < m_2 < m_1$

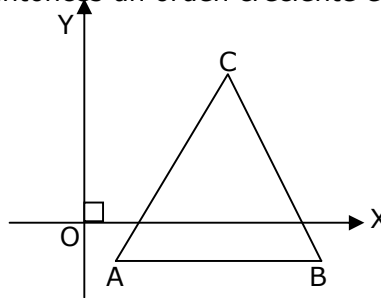


Fig. 4

14. El punto P de ordenada 10 está sobre la recta cuya pendiente es 3 y que pasa por el punto A(7, -2). Entonces, la abscisa de P es

- A) 11
- B) $\frac{29}{3}$
- C) 7
- D) -1
- E) -3

15. En la figura 5, ¿cuál es la ecuación de la recta L?

- A) $x - y - 4 = 0$
- B) $x - y + 4 = 0$
- C) $x + y - 4 = 0$
- D) $x + y + 4 = 0$
- E) $x + y = 0$

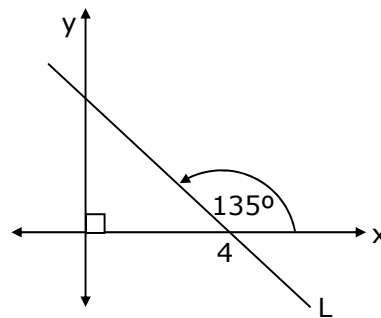


Fig. 5

16. Dada la recta L: $5 - 2y - 3x = 0$, ¿cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s)?

- I) Una recta perpendicular a L tiene pendiente $\frac{2}{3}$.
- II) La recta L interseca al eje de las abscisas en el punto $(0, \frac{5}{2})$.
- III) Una recta paralela a L tiene pendiente $-\frac{3}{2}$.

- A) Sólo I
- B) Sólo II
- C) Sólo I y II
- D) Sólo I y III
- E) Sólo II y III

17. ¿Cuál debe ser el valor de k en la ecuación de la recta $4kx + 5y - 1 = 0$ para que sea paralela a la recta $3x - 2y + 1 = 0$?

- A) $\frac{15}{8}$
- B) $\frac{5}{6}$
- C) $\frac{8}{15}$
- D) $-\frac{5}{6}$
- E) $-\frac{15}{8}$

18. ¿Qué valor debe tener k para que las rectas $(3 - k)x + 2y - 5 = 0$ y $-4x + y - 7 = 0$ sean perpendiculares?

- A) 11
- B) $\frac{11}{4}$
- C) $\frac{7}{2}$
- D) $\frac{5}{2}$
- E) -5

19. ¿Cuál es la ecuación de la recta que pasa por el punto $(2, -3)$ y que es paralela a la recta que une los puntos $(4, 1)$ y $(-2, 2)$?

- A) $x + 6y + 16 = 0$
- B) $x + 6y - 10 = 0$
- C) $x + 6y - 20 = 0$
- D) $x - 6y - 20 = 0$
- E) $6x + y - 9 = 0$

20. ¿Cuál es la ecuación de la recta perpendicular al segmento AB determinado por los puntos A(2, 7), B(6, -3) y que pasa por el punto medio de este?

- A) $5x + 2y - 24 = 0$
- B) $2x - 5y + 31 = 0$
- C) $2x - 5y + 2 = 0$
- D) $2x + 5y - 18 = 0$
- E) $2x + 5y - 39 = 0$

21. Una recta L_1 pasa por el punto (2, 1) y tiene pendiente 3. Si una recta L_2 , perpendicular con L_1 , contiene al punto (6, -2), entonces la ordenada del punto donde se cortan L_1 y L_2 es

- A) $-\frac{31}{8}$
- B) $-\frac{1}{2}$
- C) 1
- D) $\frac{3}{2}$
- E) $\frac{31}{10}$

22. En una panadería la relación entre el costo de fabricación del pan y su precio de venta es lineal. El costo de un kilogramo de pan blanco es de \$ 320 y se vende en \$ 600; un kilogramo de pan dulce tiene un costo de \$680 y se vende en \$ 1.050. Si el costo de un kilogramo de pan negro es de \$ 340, ¿cuál es su precio de venta?

- A) \$ 637,5
- B) \$ 625
- C) \$ 620
- D) \$ 616
- E) \$ 525

23. Respecto a la recta que tiene pendiente $-\frac{2}{3}$ y que forma con los ejes coordenados positivos un triángulo de área 48 cm^2 , ¿cuál(es) de la(s) siguiente(s) afirmaciones es(son) verdadera(s)?

- I) Intersecta al eje de las abscisas en el punto $(12, 0)$.
- II) Tiene coeficiente de posición $n = 8$.
- III) Su ecuación es $3y + 2x - 24 = 0$.

- A) Sólo I
- B) Sólo I y II
- C) Sólo I y III
- D) Sólo II y III
- E) I, II y III

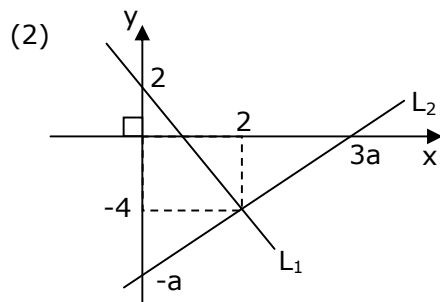
24. Se puede determinar la ecuación de una recta si:

- (1) Se conoce la pendiente y el punto donde la recta corta al eje y .
- (2) Se conoce la distancia entre dos puntos de ella.

- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

25. Las rectas L_1 y L_2 son perpendiculares si:

- (1) $L_1: y = -3x + 2$
 $L_2: 3y = x - 15$



- A) (1) por sí sola
- B) (2) por sí sola
- C) Ambas juntas, (1) y (2)
- D) Cada una por sí sola, (1) ó (2)
- E) Se requiere información adicional

RESPUESTAS

Ejemplos Págs.	1	2	3	4	5
1	E				
2	B	D			
3 y 4	E	C	E	C	D
5	E	D			
6	E	C	D		
7	C	D			

CLAVES PÁG. 8

1. D 6. B 11. B 16. D 21. B
2. A 7. E 12. B 17. E 22. B
3. C 8. E 13. C 18. D 23. E
4. D 9. A 14. A 19. A 24. A
5. D 10. E 15. C 20. C 25. D